N° d'Ordre : 47

THESE

Présentée
à la Faculté des sciences de l'UNIVERSITE de LYON
pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE

EN PHYSIQUE NUCLEAIRE

par

Jean GREA

SUJET:

Recherches sur l'application de la methode de MONTE-CARLO dans les processus de physique nucleaire a haute energie : interaction des pions negatifs de 4.5 GeV

Soutenue en Octobre 1961 devant la Commission d'Examen :

MM. A.SARAZIN Professeur : Président
J.LAFOUCRIERE Professeur
G.PHILBERT Professeur } Membres du Jury

N° d'Ordre : 47

THESE

Présentée
à la Faculté des sciences de l'UNIVERSITE de LYON
pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE

EN PHYSIQUE NUCLEAIRE

par

Jean GREA

SUJET:

Recherches sur l'application de la methode de MONTE-CARLO dans les processus de physique nucleaire a haute energie : interaction des pions negatifs de 4.5 GeV

Soutenue en Octobre 1961 devant la Commission d'Examen :

MM. A.SARAZIN Professeur : Président
J.LAFOUCRIERE Professeur
G.PHILBERT Professeur } Membres du Jury

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

UNIVERSITE DE LYON - FACULTE DES SCIENCES

Doyens honoraires

MM. LONGCHAMBON
DOUIN
MOUSSA

Professeurs honoraires

MM. LOCQUIN
de LARAMBERGUE
DOEUVRE

MM. SOLLAUD
MENTZER
MOUSSA

Doyen

M. GAUTHIER H.

Assesseur

M. BRACONNIER

Professeurs

MM.	LONGCHAMBON	Minéralogie
	DEJARDIN	Physique Générale
	DOUIN	Botanique
	EYRAUD H.	Calcul Différentiel et Intégral
	COURTY	Chimie-Physique
	PRETTRE	Chimie Industrielle
	KUHNER	Microbiologie et Mycologie
	MALECOT	Mécanique rationnelle et appliquée
	PARIS	Chimie Minérale
	AUMERAS	Chimie
	COLONGE	Chimie Organique
	FLANDRIN	Géologie Appliquée
	JANIN	Physique Expérimentale
	BERNARD	Physique Industrielle
	DUFAY J.	Astronomie
	NIGON	Zoologie expérimentale
	GAUTHIER H.	Géologie
	VIRET	Géologie
	WAUTIER	Zoologie
	CHOPIN	Chimie biologique
	CUEILLERON	Chimie
	BRACONNIER	Mathématiques
	EYRAUD Ch.	Chimie Physique Appliquée
	JAFFARD	Méthodes Mathématiques de la Physique
	SARAZIN	Physique Nucléaire
	PEREZ	Physiologie
	BOIDIN	Botanique
	MESNARD	Electronique
	GRANDMONTAGNE	Physique

Professeurs sans chaire

MM.	BOUTILLIER	Minéralogie
	DREUX	Chimie Oragnique
	LAFOUCRIERE	Physique Nucléaire
	TEICHNER	Chimie Industrielle
	GAUME	Physique
	MERLIN	Chimie M.P.C.
	PACHECO	Chimie Biologie
	PAVANS de CECCATY	Zoologie
	PHILBERT	Physique Nucléaire

Maîtres de Conférences

MM.	DEPRAZ	Physique Nucléaire
	FERON	Mathématiques
	BERSILLON	Physiologie végétale S.P.C.N.
	DAVID L.	Géologie
	GAUTHIER J.	Chimie
	LAFORGUE	Physique
	LEGAY	Zoologie expérimentale S.P.C.N.
	UZAN	Physique S.P.C.N.
	CHENEVOY	Géologie Appliquée
Mle	MAITROT	Physique
	CHANEL	Psychophysiologie
	ASCH	Physique
	DUFAY M.	Physique
	GINET	Zoologie
	MAURY	Mathématiques
	MICHEL	Minéralogie
Mme	ERICSON	Physique Générale
	GEVIN	Géologie
	PONASSE	Mathématiques
	MARTEL	Mathématisues
	LEFEBVRE	Mathématiques
	d'INCAN	Physique
	COHEN-ADAD	Chimie
	CHERY	Physique

Maîtres de Conférences Adjoints

M. PIERON Chimie M. LEMONDE Physique

Secrétaire Principal honoraire

M. ROUX

Secrétaire Principal

M. BURNET

Nous voudrions tout d'abord évoquer ici la mémoire de Monsieur le Professeur THIBAUD. C'est en effet à son enseignement que nous devons notre initiation aux travaux de physique nucléaire et à sa bienveillance la possibilité de travailler dans ce laboratoire. C'est donc à lui que tout naturellement va notre reconnaissance.

Nous remercions M. le Professeur SARAZIN qui nous a maintes fois témoigné sa sollicitude et nous lui sommes particulièrement reconnaissants d'avoir daigné accepter la présidence du jury.

M. le Professeur LAFOUCRIERE nous a aidés par ses judicieux conseils et sa bienveillante attention; nous devons également à M. le Professeur PHILBERT de nous avoir guidés tout au long de la rédaction de notre travail. Qu'ils veuillent bien trouver ici l'expression de notre profonde gratitude.

Nous voudrions aussi que nos collègues de laboratoire et en particulier Mlle COURTOT et MM. DUFOUR et LAVERRIERE voient ici un hommage à l'amitié dont ils ont bien voulu nous faire l'honneur.

M. FAVRE-FELIX directeur du service ordinateur 650 à Lyon, nous a appris à nous servir de cette machine nous facilitant ainsi nos recherches : qu'il trouve donc nos très sincères remerciements que nous exprimons d'ailleurs à tout le personnel bureau d'I.B.M.

A tous nous voulons dire notre profonde reconnaissance.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550016_0021

INTRODUCTION

Le travail qui fait l'objet de notre mémoire se situe dans le cadre des recherches sur les interactions à haute énergie entreprises à l'Institut de Physique Nucléaire de l'Université de Lyon.* Il constitue une contribution à l'étude du processus pion noyau dans le domaine des 5 GeV, région où des résultats expérimentaux sont d'ores et déjà exploitables.

Le schéma qui sert de base à l'interprétation physique des expériences de haute énergie relatives à l'interaction entre particules élémentaires et noyau est celui proposé par SERBER (1) .

a- "La cascade" ou ensemble des collisions individuelles successives, les partenaires de ces collisions étant la particule incidente et un nucléon du noyau, ou bien une des particules émises dans un choc et un nucléon du noyau .

b- La désexcitation lente du noyau dont rend compte la théorie de l'évaporation .

La méthode de Monte-Carlo, applicable à tout ensemble d'évènements séquentiels, définis chacun par sa loi et ses distributions propres, convient parfaitement à l'étude de la "cascade". Si le nombre de "cascades" suivies est suffisamment grand, et si les hypothèses introduites sous formes de distributions ou de lois sont correctes, on doit obtenir grâce à cette méthode des distributions finales de particules en agrément avec celles fournies par

---

* Ref (10,13,14,15)

les expériences de laboratoire.

Le plan de notre travail est le suivant:

I. Hypothèses introduites

II. Exposé de la méthode de Monte-Carlo - adaptation aux cascades de collisions π^- -nucléon.

III. Etude des processus élastiques

IV. Recherches sur les conditions de réalisations d'une cascade inélastique π^- -nucléon .

Chapitre I

HYPOTHESES A LA BASE DES CALCULS SUR LES CASCADES INTRANUCLEAIRES

L'ordre de grandeur des impulsions des particules intervenant dans les réactions à haute énergie justifie un certain nombre d'hypothèses simplificatrices.

1. Existence de processus à deux corps

On admet que l'interaction entre le pion et le noyau se ramène à des interactions élémentaires pion-nucléon. Les protons et les neutrons présents dans le noyau agissent individuellement et le phénomène global se présente comme la succession de ces phénomènes individuels ou cascade. Le fait que ces nucléons soient groupés dans un noyau, se traduira par l'existence d'un potentiel central que, pour des raisons de simplicité, nous choisirons en forme de puit .

2. Les interactions sont celles de particules libres

L'énergie de liaison de chaque nucléon résultant de l'action globale de tous les autres, est de l'ordre de 8 MeV, soit de trois ordres de grandeur au-dessous de l'énergie cinétique du pion incident . Dans ces conditions, les nucléons peuvent être considérés comme agissant de façon analogue à des particules libres vis à vis des interactions élémentaires.

3. Utilisation de l'approximation semi-classique

Dans le formalisme quantique, on admet généralement que le volume susceptible d'être occupé par une particule est de

l'ordre de $\lambda\!\!\!^{-3}$ où $\lambda\!\!\!^{-}$ représente la longueur d'onde associée. Lorsque le $\lambda\!\!\!^{-}$ correspondant à la particule incidente est faible devant le rayon R du noyau, tout se passe comme si cette particule était ponctuelle et avait une trajectoire définie avant d'atteindre le noyau. Dans notre cas particulier $\lambda\!\!\!^{-} = 1.4 \times 10^{-14}$ cm., alors que R vaut quelques fermis; la condition $\lambda \ll R$ se trouve réalisée.

Compte tenu de nos deux premières hypothèses sur la nature de l'interaction, nous admettrons que cette localisation est encore valable à l'intérieur du noyau. Nous définirons alors un libre parcours et nous pourrons utiliser le formalisme classique pour définir les éléments d'une collision. Bien entendu, les caractéristiques mêmes de celles-ci sont quantiques et ne sont en aucun cas calculables par une quelconque méthode classique. En fait, ainsi qu'il est bien connu, la théorie des champs ne permet pas, dans son état actuel, d'obtenir des résultats valables; nous utiliserons donc simplement les sections efficaces différentielles expérimentales pour définir les paramètres dynamiques des particules issues de la collision.

La détermination du canal d'entrée nous amène à préciser la dynamique des nucléons intranucléaires et par conséquent à nous donner une distribution des impulsions. Nous avons adopté la distribution donnée par le modèle du gaz de FERMI dont nous rappelons quelques propriétés.

4. Modèle du gaz de FERMI

Le potentiel étant en forme de puit , le gaz considéré n'est soumis à aucun champ; les processus étant supposés se faire

entre particules libres, ce gaz est dans son état d'énergie min

La théorie d'un gaz matériel obéissant à la statistique de FERMI-DIRAC implique le principe d'exclusion. Il est indifférent de préciser la composante du spin isotopique total, t=1/2 du nucléon, ou de faire la statistique séparée des protons et des neutrons.

Nous savons que le nombre d'états stationnaires d'une particule enfermée dans une sphère de rayon R et d'impulsion inférieure à P_i est donné par la formule :

$$N(P_i) = (2s+1)\,\frac{4\pi V}{3(2\pi\hbar)^3}\,P_i^{\,3} \qquad \text{si } P_i \gg h/R$$

l'indice i désignant soit les neutrons soit les protons et V étant le volume du noyau.

On en déduit la densité d'impulsion nucléaire :

$$g(p) = dN/dp \simeq (2s+1)\,\frac{4\pi V}{(2\pi\hbar)^3}\,p^2$$

Cette densité dans l'espace des impulsions est constante. Les énergies maxima des nucléons sont considérées habituellement comme étant les mêmes pour les protons et les neutrons, la valeur traditionnellement admise est E = 22 MeV

Dire que l'état du gaz est dans son état d'énergie minima revient à dire qu'il est au zéro absolu.Si cette condition est abandonnée, la distribution n(p) est différente ; pour une température T quelconque , nous obtenons:

$$n(p) = \frac{g(p)}{\left(\exp\left(\lambda + \frac{p^2}{2mkT}\right) + 1\right)}$$

où k est la constante de BOLTZMANN et λ une constante dépendant du nombre de nucléons.

La dispersion de n(p) par rapport à g(p) est caractérisée par le facteur de dégénérescence :

$$f = \frac{Nh^3}{(2s+1)\ V\ (2\pi mkT)^{3/2}}$$

Physiquement ce facteur traduit l'importance de l'énergie d'excitation du noyau relativement à l'énergie d'un niveau fondamental supposé celui du zéro absolu.

A ce zéro absolu, le gaz est dit complétement dégénéré (f est infini) . Pour des noyaux ayant des énergies d'excitation de l'ordre du MeV ($T \simeq 10^{10}$°K), les coefficients de dégénérescence sont encore de l'ordre de 100 : la distribution diffère très peu de celle du zéro absolu. D'ailleurs il serait assez illogique de décrire un noyau "stable", donc dans un état d'énergie le plus bas possible, comme un gaz de FERMI excité : le modèle ne serait plus consistant et mieux vaudrait introduire une distributuion empirique.

Nous nous sommes donc bornés à utiliser la répartition du gaz de FERMI complètement dégénéré. La probabilité d'occupation est égale à 1 si $E < 22$ MeV , à 0 si $E > 22$ MeV.

A la suite de la collision élémentaire le nucléon pourra avoir des caractéristiques dynamiques telles qu'il se trouverait dans un état d'énergie inférieur à la limite. Nous admettrons que, ce niveau étant déjà occupé, la collision sera strictement interdite par le principe de PAULI.

Si toute autre distribution était utilisée, la collision serait interdite avec une fréquence égale à la différence entre 1 et la probabilité d'occupation.

Chapitre II

METHODE DE MONTE-CARLO
ADAPTATION AUX CASCADES DE COLLISIONS π^- -nucléon

1. Théorie de la méthode de Monte-Carlo*

A-Principe de la simulation

La méthode dite de "Monte-Carlo" est basée sur le principe de la simulation d'un processus possible. En Sciences Economique et Physique principalement, il existe de nombreux problèmes statistiques concernant l'évolution d'une "population" (au sens statistique) et relevant de la méthode de Monte-Carlo. Nous formulerons d'abord ce genre de problèmes en le particularisant dans l'exemple des interactions intranucléaire , puis nous l'énoncerons rigoureusement.

Considérons dans un domaine D de l'espace R^3 un système de n particules chacune d'entre elles étant définie par les paramètres $(p_1, \ldots, p_r)$. Au cours du temps, on dit que le système évolue si un ou plusieurs des nr paramètres changent de valeur.

On suppose connues les lois et les distfibutions nécessaires aux calculs des nouvelles valeurs des paramètres à tout instant t.

Cette évolution se produit de différentes façons :

- soit par un phénomène physique n'intéressant qu'une particule (capture, pénétration dans un puit de potentiel sortie du domaine D ...)
- soit par un phénomène physique faisant intervenir deux ou plusieurs particules (collisions élastiques, inélastiques ...)

Le problème étudié est le suivant : trouver l'état du système initial à l'instant T (fin de l'expérience, instant où l'un ou

---

* Ref (11)

plusieurs des paramètres de toutes les particules considérées ont des valeurs tombant dans des domaines prévus...)

Une projection anthropomorphique nous permet très simplement d'appeler " vie d'une particule" ou " histoire d'une particule" l'ensemble des événements qu'elle aura subi ou provoqué de l'instant initial à l'instant T; de même, "la mort de la particule" adviendra lorsque certains de ces paramètres atteindront des valeurs appartenant à des domaines prévus initialement ou lorsque t=T

En termes plus rigoureux, le problème résolu par VON NEUMANN est, d'une manière générale, le suivant:

Etant donné un ensemble M d'éléments x_i définis par les paramètres $(q_{i1}...q_{ij}...q_{in})$ dont certains sont fonction du temps.

Si P_k représente l'ensemble des événements aléatoires susceptibles de se produire entre les (x_i, x_h) ou d'intéresser x_i pour tous les couples (i,h) et pour tous les i et si R_k désigne les fonctions reliant les paramètres de toutes les particules avant et après l'événement P_k, trouver l'état du système M au bout du temps T, après le m ième évènement P_k, ou lorsque les paramètres P_{ij} choisis ont atteint un domaine fixé préablement.

La simulation consiste à recréer artificiellement l'ensemble des phénomènes individuels qui se produisent réellement dans un tel système. Une telle méthode n'est possible que si le nombre d'évènements suivis fournit une statistique suffisante. Aussi a-t-il fallu attendre les grands ordinateurs pour la voir appliquer à des sujets les plus variés.

Le grand intérêt de cette technique est qu'elle permet de ré soudre n'importe quel problème statistique complexe, pourvu que ce dernier se décompose en une succession de problèmes simples, entiè-

rement déterminés statistiquement.

B- Technique de la méthode de Monte-Carlo

Soient A_1, A_2... A_n des processus pouvant se produire à l'instant t, s'excluant mutuellement.

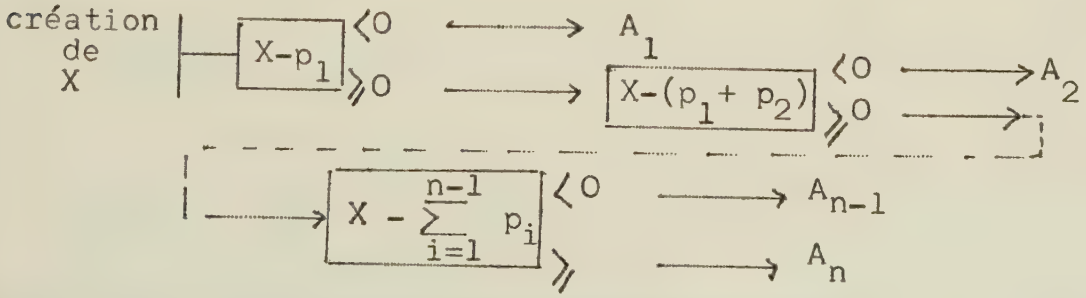
Soient $p_1, p_2 \dots p_n$ les probabilités de ces processus. On admet que si une grande quantité N de nombres au hasard uniformément répartis entre 1 et 0 sont tirés (ou de nombres pseudo au hasard sont produits)* on en aura en moyenne les fréquences:

$$\begin{cases} p_1 \text{ tels que } 0 \leqslant X < p_1 \\ p_2 \quad " \quad " \quad p_1 \leqslant X < p_1 + p_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ p_n \quad " \quad " \quad \sum_{i=1}^{n-1} p_i \leqslant X < 1 = \sum_{i=1}^{n} p_i \end{cases}$$

et la vérification de cette hypothèse sera d'autant meilleure que N sera plus grand.

Il est alors évident, dans ces conditions, qu'une distribution uniforme de nombres au hasard permettra de déterminer statistiquement, conformément à des probabilités discrètes données, le processus qui se produira au temps t.

L'organigramme qui traduit la réalisation de cette correspondance est le suivant:



* Ref (12)

Le cas d'une distribution continue se ramène au problème précédent en faisant intervenir la fonction de distribution :

$$P(r) = \int_0^r p(\rho)\,d\rho$$

ou en posant :

$$X = P(r) \leqslant 1$$

il est évident qu'alors X détermine r d'une manière biunivoque puisque l'une des prorpiétés fondamentales de la fonction de distribution est qu'elle est strictement monotone et croissante. Dans ces conditions si X est réparti uniformément dans l'intervalle $0 \leqslant X < 1$, r tombe avec une probabilité p(r)dr dans l'intervalle (r,r+dr) .

Techniquement, notre distribution entre 0 et 1 n'est pas continue, mais discrète, c'est à dire constituée de classes x_i, x_{i+1} de largeur $x_{i+1} - x_i$ variable à volonté (il suffit de prendre plus de décimales pour x). Si p_i et p_{i+1} sont alors les valeurs x_i, x_{i+1}, auxquelles correspondent les valeurs r_i et r_{i+1} de la variable r ; à la valeur X tirée, comprise entre x_i et x_{i+1} on fera correspondre r par:

$$r = r_i - \frac{P_i - X}{P_i - P_{i-1}} (r_i - r_{i-1})$$ interpolation linéaire

ou :

$$r = \sqrt{r_i^2 - \frac{P_i - X}{P_i - P_{i-1}} (r_i^2 - r_{i-1}^2)}$$ si P(r) est ouvert vers le haut

ou:

$$r = \sqrt{r_i^2 - \frac{X - P_{i-1}}{P_i - P_{i-1}} (r_i^2 - r_{i-1}^2)}$$ si P(r) est ouvert vers le bas

Nous avons utilisé une autre équation r(x) citée par VON

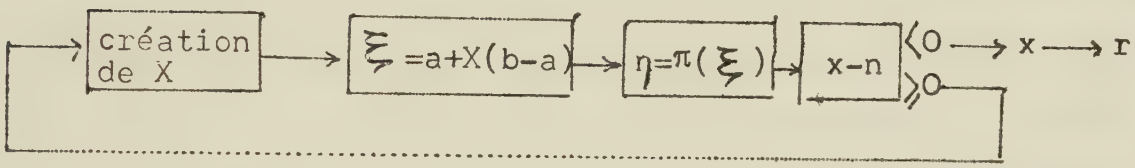
NEUMANN, et qui est très pratique lorsque p(X) est facilement calculable (ou donnée). Considérons dans le plan (ξ, o, η) le rectangle défini par $\xi = a$ $\xi = b$ $\eta = 0$ $\eta = 1$ et n'admettons que les points tombant par le tirage au hasard, au dessous de la courbe

$$\eta = \frac{p(\xi)}{\text{Max } p(\xi)} = \pi(\xi)$$

on retrouve bien la probabilité pour obtenir un évènement correspondant à r compris entre r et r+dr :

$$\frac{\pi(\xi)d\xi}{\int_a^b \pi(\xi)\, d\xi} = \frac{p(\rho)d\rho}{\int_a^b p(\rho)d\rho} = p(\rho)d\rho$$

L'organigramme traduisant ce calcul est le suivant:



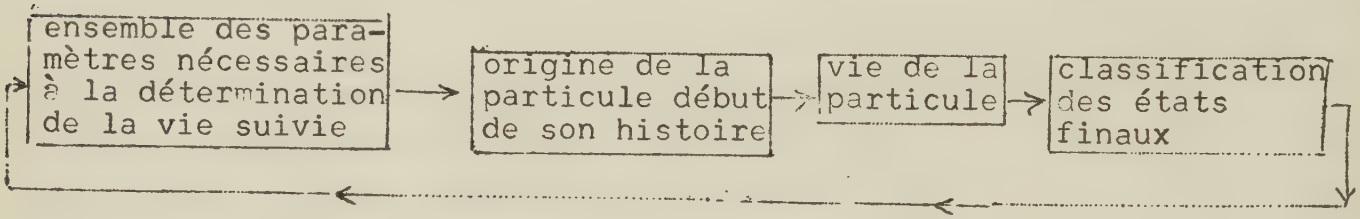
Signalons que la méthode telle que nous venons de l'exposer a un domaine d'application des plus étendu (organisation de transports, assurances etc...). En mathématiques, elle a rendu des services dans le cas de résolution de certaines équations intégrales. En physique enfin, elle est utile pour les calculs de réacteurs ou pour les études d'interactions de particules élémentaires. Nous allons préciser ce dernier domaine d'applications.

2. Adaptation proposée pour l'étude des interactions élémentaires

La technique de réalisation de la méthode de Monte-Carlo a consisté, jusqu'à présent, à respecter strictement son programme " recréer l'ensemble des évènements successifs décrivant la vie de l'élément considéré".

En termes plus précis, l'organigramme traduisant la séquence arithmétique était "linéaire" : On suivait une particule jusqu'à sa mort avant de répéter l'opération. Cette "linéarité" soulève de grosses difficultés dans le cas du calcul sur ordinateur.

En effet, l'organigramme linéaire nécessite un "non retour en arrière" dans la séquence ; le schéma d'une vie est le suivant:



Il faut donc, une fois pour toutes, disposer dans le premier élément de l'organigramme de l'ensemble des paramètres utilisés, ce qui nécessite forcèment une simplification. Cette méthode a été utilisée par METROPOLIS (2).

Celui-ci prévoit huit domaines d'énergie contenant les caractéristiques de l'interaction sous forme de fractions :

- Pourcentage de types d'interaction
- Pourcentage de la section efficace inélastique totale
- Coefficients de la distribution angulaire des particules diffusées élastiquement dans le système du centre de masse.

Il nous semblerait plus logique d'introduire des courbes donnant toutes les caractéristiques de la collision en fonction de l'énergie mais cette technique apparaît impossible, faute de place.

D'autre part METROPOLIS est obligé de renoncer à utiliser les résultats expérimentaux relatifs aux énergies ,angles d'émission des particules et d'utiliser un schéma "ad hoc", simpliste et ne correspondant à la réalité physique.

J. COMBES (3) a résolu le problème en réalisant la simulation expérimentalement au moyen d'un dispositif mécanique. Il lui était alors loisible d'introduire à tous moments les conditions ou les distributions qui lui agréaient. En ce qui nous concerne, la précision désirée sur le canal de sortie de la réaction nous interdisait cette solution.

Nous avons pensé que le schéma linéaire, ardu à réaliser sur grand ordinateur, pouvait être modifié en supprimant la linéarité de la façon suivante :

On introduira des sources de paramètres (ou on ne les appelera) qu'au moment de leur utilisation. Ceci permet de réduire la place des sources, toute entière à la disposition de chaque étape de la vie des particules. Le calcul procède alors par bonds, sur grand ordinateur et par programmes successifs sur petit ordinateur. Dans l'organigramme, il n'existera plus de boucle sur " Départ de nouvelles particules". Sur le plan du principe, la méthode n'est plus l'ensemble des simulations de la vie des particules d'une manière continue jusqu'à laur mort, mais la suite des simulations faisant passer l'ensemble du système, d'un état intermédiaire à un autre état intermédiaire. Entre chaque simulation, on dispose de distributions qui n'ont en général pas de réalité physique mais sur lesquelles il nous est loisible de faire toutes modifications avant d'initialiser la simulation suivante.

Exemple: La dynamique des particules après le choc inélastique fait appel à des paramètres, des distributions et des équations de comptabilité nécessitant d'autres distributions. Toute une nouvelle chaîne sera initialisée à ce moment, concernant tous les

chocs inélastiques, sans détruire pour autant la chaîne générale décrivant la cascade.

Le schéma que nous écrivons ci-après s'appliquera à l'ensemble des étapes des calculs d'une cascade.

Il sera particularisé dans l'étude des interactions élastiques et inélastiques. Il est composé de :

1° de "départ" à b : les sources concernant l'état du programme et la naissance de la particule.

2° de b à g : Position de l'évènement P_k

3° de g à d : Détermination de P_k et résolution des équations R_k

Ce schéma est explicité dans l'organigramme de la page suivante.

3. Etude technique de l'organigramme général - Simulation d'une cascade π^- -noyau

Le schéma général a été établi en fonction du matériel dont nous disposions . Nous avons utilisé un ordinateur I.B.M; 650 du type standart. Les vérifications intermédiaires, au cours de la cascade, nécessaires pour suivre la convergence et la logique du processus seront fournies au fur et à mesure des calculs par des sorties (impressions, perforations) auxiliaires ne concernant en rien le programme propre de la cascade et par conséquent non signalées

A- Les sources de particules

Dans notre cas, il y en a deux :

- la première est la distribution des nucléons du noyau.
- la seconde est le flux de π^-

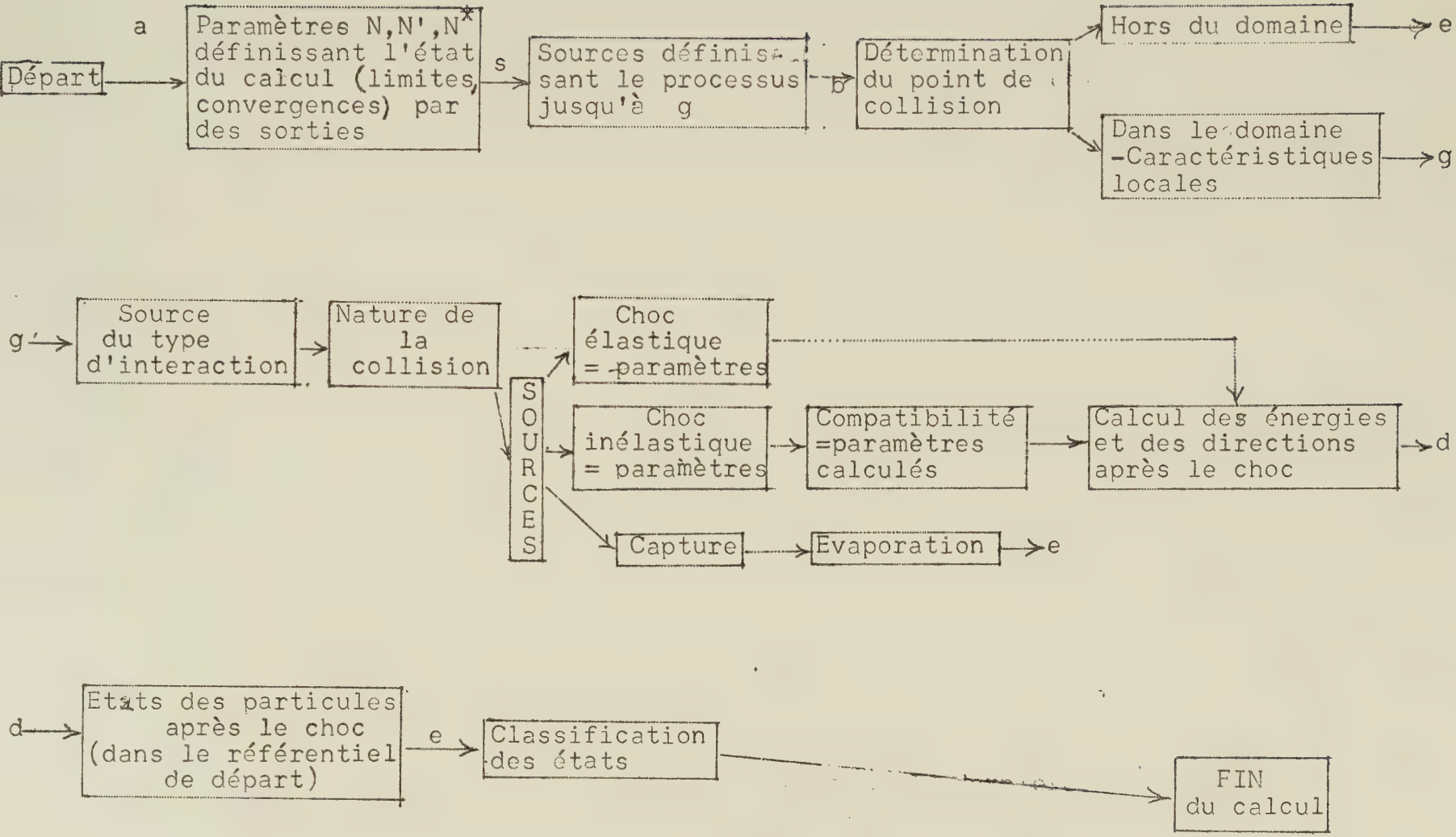

Départ
a
Paramètres N,N',N* définissant l'état du calcul (limites, convergences) par des sorties
s
Sources définissant le processus jusqu'à g
Détermination du point de collision
Hors du domaine
e
Dans le domaine -Caractéristiques locales
g
g'
Source du type d'interaction
Nature de la collision
SOURCES
Choc élastique = paramètres
Choc inélastique = paramètres
Compatibilité =paramètres calculés
Calcul des énergies et des directions après le choc
d
Capture
Evaporation
e
d
Etats des particules après le choc (dans le référentiel de départ)
e
Classification des états
FIN du calcul

Figure II -1

Au cas des sorties auxiliaires de contrôle seraient nécessaires, les sources seront caractérisées par le nombre N de particules déjà suivies. Des constantes N_i^* serviront à déclencher les impressions et les restaurations.

Les valeurs imprimées seront les taux N_i/N où les N_i sont les nombres de particules ayant terminé leur vie dans l'état i, (les états i étant soit énergétiques, soit géométriques etc...)

B- Les paramètres

C'est l'ensemble des valeurs déterminant complètement la disposition géométrique et l'état physique du système avant l'interaction.

a) Géométrie du système

Parmi les types de coordonnées possibles nous avons choisi:
- pour le premier choc : les coordonnées polaires

En effet, le système est constitué d'une première source géométrique de révolution sphérique (le noyau) et d'une seconde source géométrique constituée par un faisceau parallèle à l'axe de X (π^- incidents). Les transformations nécessitées par la théorie nous obligeront à passer aux coordonnées "spatiales" (ρ, α, Θ) puis enfin aux coordonnées cartésiennes. (fig II-2)

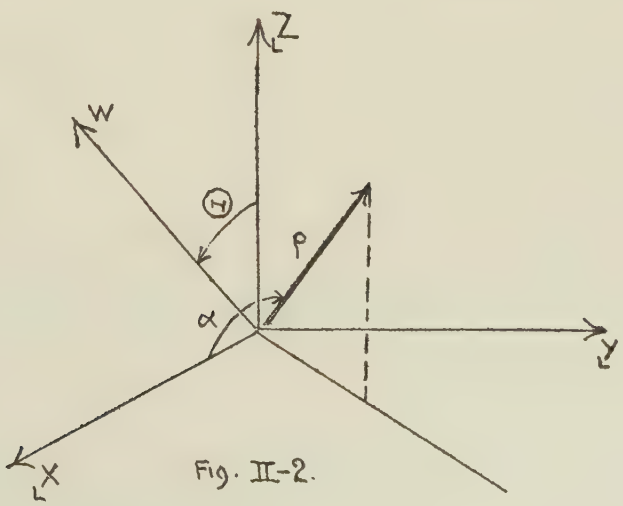


Fig. II-2.

- Pour tous les chocs suivants : les coordonnées polaires et cartésiennes.

La première reste inchangée, et continuera à fournir des particules définies par leurs coordonnées polaires .

Les paramètres géométriques des particules ayant effectué ν chocs constituent notre seconde source. Ils seront définis dans le laboratoire, en coordonnées cartésiennes, par nos équations.

b) Etat physique du système

Outre sa qualité (type, charge, masse au repos) l'état physique des particules est défini par leur énergie cinétique. Elles seront puisées dans deux sources de paramètres.

La première source est une distribution uniforme conforme à la théorie de FERMI et intervenant dans tous les chocs.

La seconde source est:

- pour le premier choc, l'énergie cinétique du pion incident valant 4.5 GeV..
- pour les chocs suivants : l'énergie cinétique attribuée à la particule par le résultat des calculs concernant l'interaction précédente. Un indexage d'énergie g_i fixera le domaine correspondant. Cet index détermine l'ensemble des distributions et des paramètres à utiliser dans les équations résolvant l'interaction suivante. (sections efficaces différentielles, totales, libre parcours moyen, multiplicité, états de charge etc...).

Pour tous les chocs, on disposera d'une source de densité nucléaire fixant le libre parcours moyen dans le domaine d'interaction (compte tenu de l'énergie).

c) Le libre parcours : la probabilité pour que la particule traversant un milieu matériel parcoure une distance l sans inter... est :

$$P(l) = 1-\exp\left[-\Sigma l\right]$$

où Σ est la section efficace totale macroscopique de l'interactio...

Le libre parcours moyen est le premier moment de l'aléatoire l

$$\lambda = \int_0^{\infty} l \, d\left[P(l)\right] = \frac{1}{\Sigma}$$

Dans la méthode de Monte-Carlo, la détermination de l, dans le cas d'un milieu homogène infini, se fait à partir du nombre n tiré au hasard, de la façon suivante :

$$n = P(l) = 1 - \exp\left(-\frac{l}{\lambda}\right)$$

où $l = -\lambda \, \mathrm{Log}\,(1-n)$

Or, la distribution de 1-n est identique à celle de n avec $0 \leqslant n < 1$, il vient simplement :

$$(II_1) \qquad l = \underline{-\lambda \log n}$$

Dans le cas d'interaction de types multiples et de milieu de densité variable, on doit disposer d'une source fournissant le λ_j relatif à la j ième zone supposée de densité constante.

Si l_j obtenu par (II_1) est contenu dans la zone, le choc se poursuit. Sinon, à la surface de la nouvelle zone, on répète le tirage pour obtenir finalement:

$$l = \sum_j l_j$$

Remarque:

La méthode de Monte-Carlo utilise uniquement la distan... l séparant deux intéractions, sans tenir compte à priori du type ...

l'interaction. C'est donc toujours Σ section efficace totale d'interaction et non σ_p (section efficace totale relative au processus p) qu'il faudra introduire.

C- L'interaction

Une formulation générale est impossible. Il faut établir, pour chaque type, l'organigramme le plus efficace. Tous, cependant auront en commun:

a) Détermination de la particule choquée

Cette caractéristique est fournie par une source physique définissant les proportions de particules dans le milieu. En ce qui nous concerne, les premiers chocs ont lieu à des énergies suffisantes pour que les interactions ne diffèrent pas selon qu'elles ont lieu avec un neutron ou uh proton. Par contre, à des énergies inférieures à 1GeV, les sections efficaces varient notablement et il y a lieu de tenir compte du type de particule.

b) L'organigramme

Nous avons développé deux types d'organigramme : le premier pour un choc élastique, le second pour un processus inélastique avec production de pions secondaires.

D- Classification

Elle porte sur le nombre d'évènements d'un type considéré, sur l'état énergétique à la mort de la particule, sur les paramètres géométriques à la fin de l'interaction définissant l'échappement

et les distributions angulaires du canal de sortie.

Nous n'avons utilisé que le classement énergétique pour déterminer l'influence du principe d'exclusion sur la section efficace totale d'interaction élastique π^- -noyau.

Chapitre III

ETUDE D'UN PROCESSUS ELASTIQUE PION - NUCLEON

On désigne sous le nom d'interaction quasi-élastique d'une particule incidente avec un noyau, la diffusion élastique de cette particule avec l'un des nucléons du noyau. On sait que dans ce cas, la somme des énergies cinétiques avant et après le choc reste inchangée. Ce choc correspond donc à un simple échange de moments dont la somme vectorielle est aussi conservée. Bien entendu, le domaine d'énergie considéré nous impose la dynamique relativiste.

I. Les distributions

Dans ce processus élémentaire deux types de distributions vont intervenir:

a) la détermination du canal d'entrée

Il nous faut déterminer l'impulsion en module et direction du nucléon choqué puisque celle du pion est parfaitement fixée.

Les directions des impulsions dans le noyau étant toutes d'égales probabilités, nous avons tiré les angles polaires de la direction choisie dans une distribution uniforme.

Le module est obtenu lui aussi par un tirage dans une distribution uniforme selon le modèle de FERMI.

Par la suite, l'impulsion du nucléon sera déterminée par ses composantes cartésiennes fournies par les calculs du choc précédent.

b) la détermination du canal de sortie:

Les lois classiques de conservation ne suffisent pas à détermi-

ner entièrement la dynamique du choc, puisqu'elles ne peuvent nous fournir les directions des particules diffusées. Les angles Θ et ε définissant ces directions seront alors introduits à partir de distributions angulaires expérimentales. Nous prendrons au sens littéral la notion de section efficace différentielle comme le rapport du nombre d'évènements ayant eu lieu dans une direction donnée au nombre total de ces évènements, et nous assimilerons ce rapport à une probabilité. Dans ces conditions nous dirons que la probabilité pour obtenir la particule diffusée dans l'angle solide élémentaire autour de la direction considérée est :

$$III_1) \quad P(\Theta,\varepsilon) = p(\Theta,\varepsilon)d\Theta\, d\varepsilon = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\Theta,\varepsilon)d\Omega$$

où $p(\Theta,\varepsilon)$ désigne la densité de probabilité.

On pose alors :

$$p(\Theta,\varepsilon) = p(\Theta)p(\varepsilon)$$

et si la distribution des ε est uniforme on posera:

$$III_2) \qquad p(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{2\pi}$$

Cette dernière condition est réalisée dans le système du centre de masse des deux particules en interaction. D'autre part les distributions angulaires $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\Theta,\varepsilon)$ dont nous sommes partis étaient également définies dans ce système, où le phénomène est de révolution autour de l'axe d'interaction. La densité $p(\Theta_c)$ nous a été fournie par les résultats de MAENCHEN et FOWLER (4) Fig.III-1

Le tirage a été effectué selon la technique préconisée par VON NEUMANN (chapitre I-B). La courbe théorique donnant la distribution $(\frac{d\sigma}{d\Omega})\sin\Theta_c$ recouvre parfaitement l'histogramme des valeurs

tirées (figure III-2) et indique ainsi la bonne réalisation du tirage.

Quant à l'angle ε_c, ses valeurs réparties uniformément entre 0 et 2π sont distribuées suivant la figure III-3.

II. La dynamique de l'interaction

Les tirages des paramètres dynamiques sont donc effectués dans le système du centre de masse (c.m.s) . D'autre part, les conditions initiales sont déterminées dans le système du laboratoire. Il s'agira donc d'expliciter les passages d'un système à l'autre. Deux possibilités se présentent :

a) Résoudre le problème dans le laboratoire, ce qui nécessite d'y expliciter les distributions.

b) Exprimer les conditions initiales dans le centre de masse, déterminer l'interaction et revenir au laboratoire.

La seconde méthode est plus générale et plus commode dans notre cas. La séquence des transformations des conditions initiales aboutissant au système du centre de masse peuvent être établies une fois pour toutes, alors que dans le premier cas chaque équation établie dans le centre de masse nécessite une transformation particulière. Nous avons donc adopté la seconde possibilité.

1. Les équations de passage au centre de masse

Les équations ont été posées en vue d'une résolution numérique. Pour cette raison, elles ne sont pas forcèment les plus simples analytiquement.

Les directions des particules incidentes au cours de la cascade étant quelconques, nous devons disposer de formules de passage

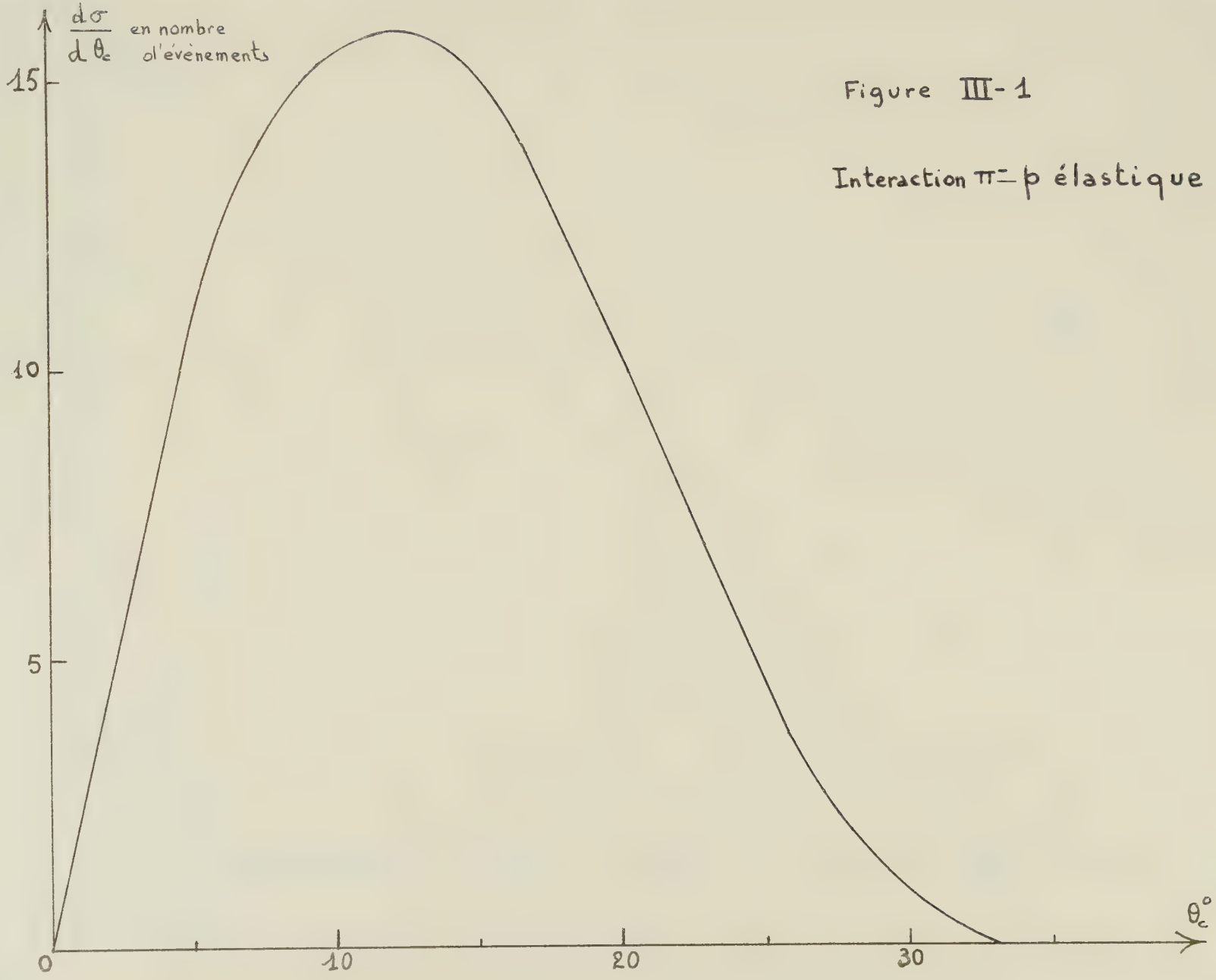


Figure III-1

Interaction $\pi^- p$ élastique

Gréa

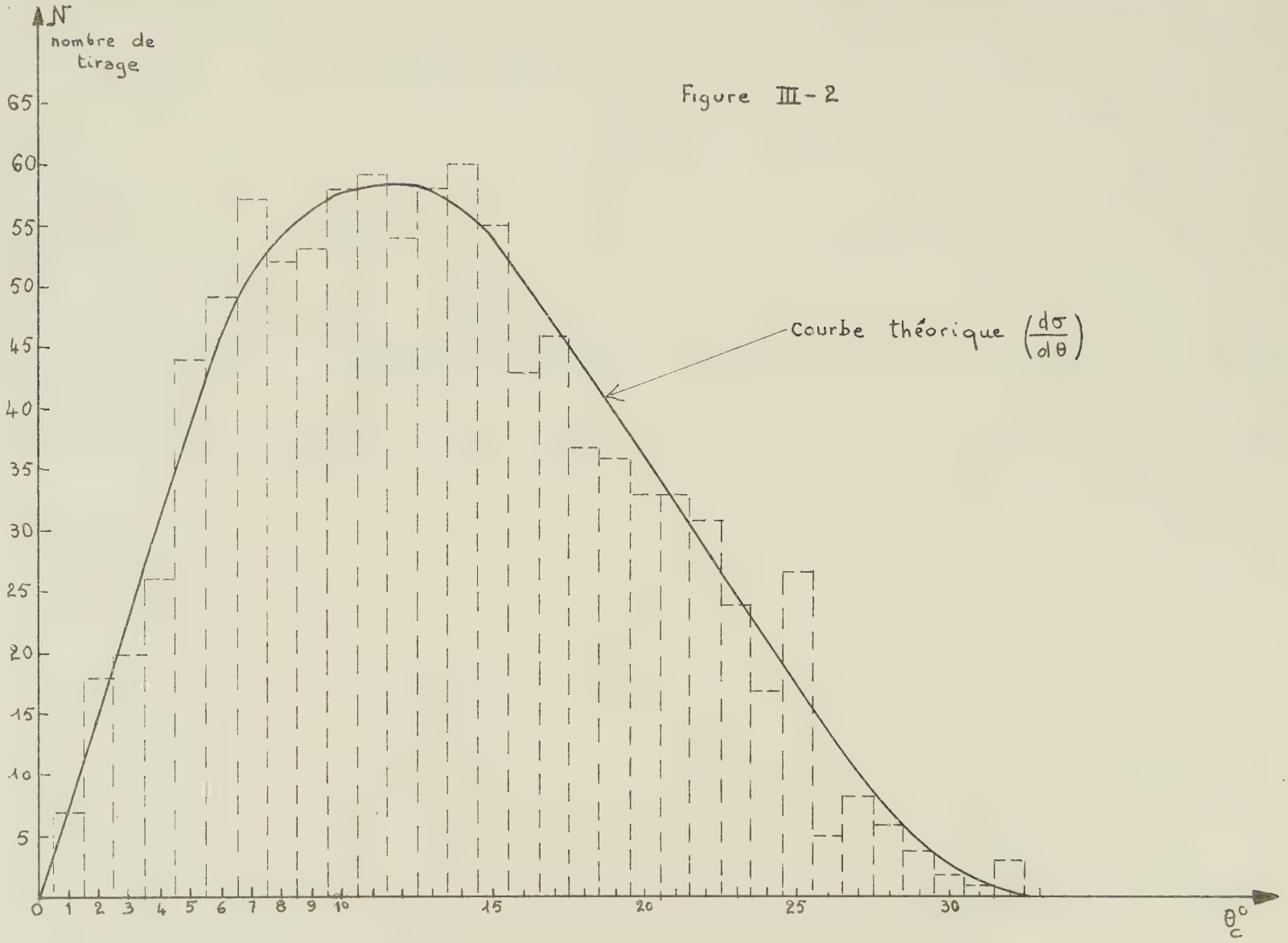


Figure III-2

Gréa

Figure III - 20

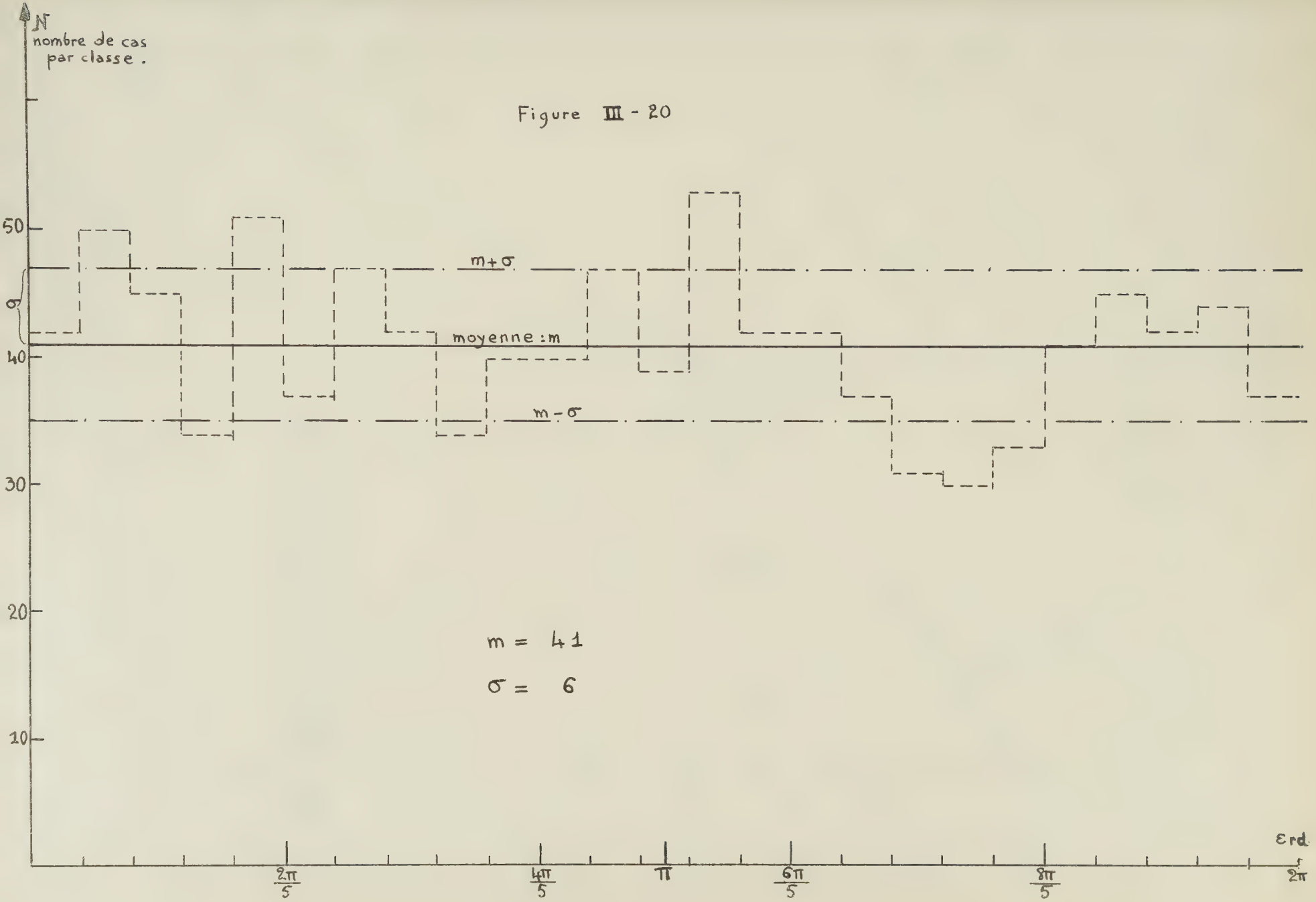
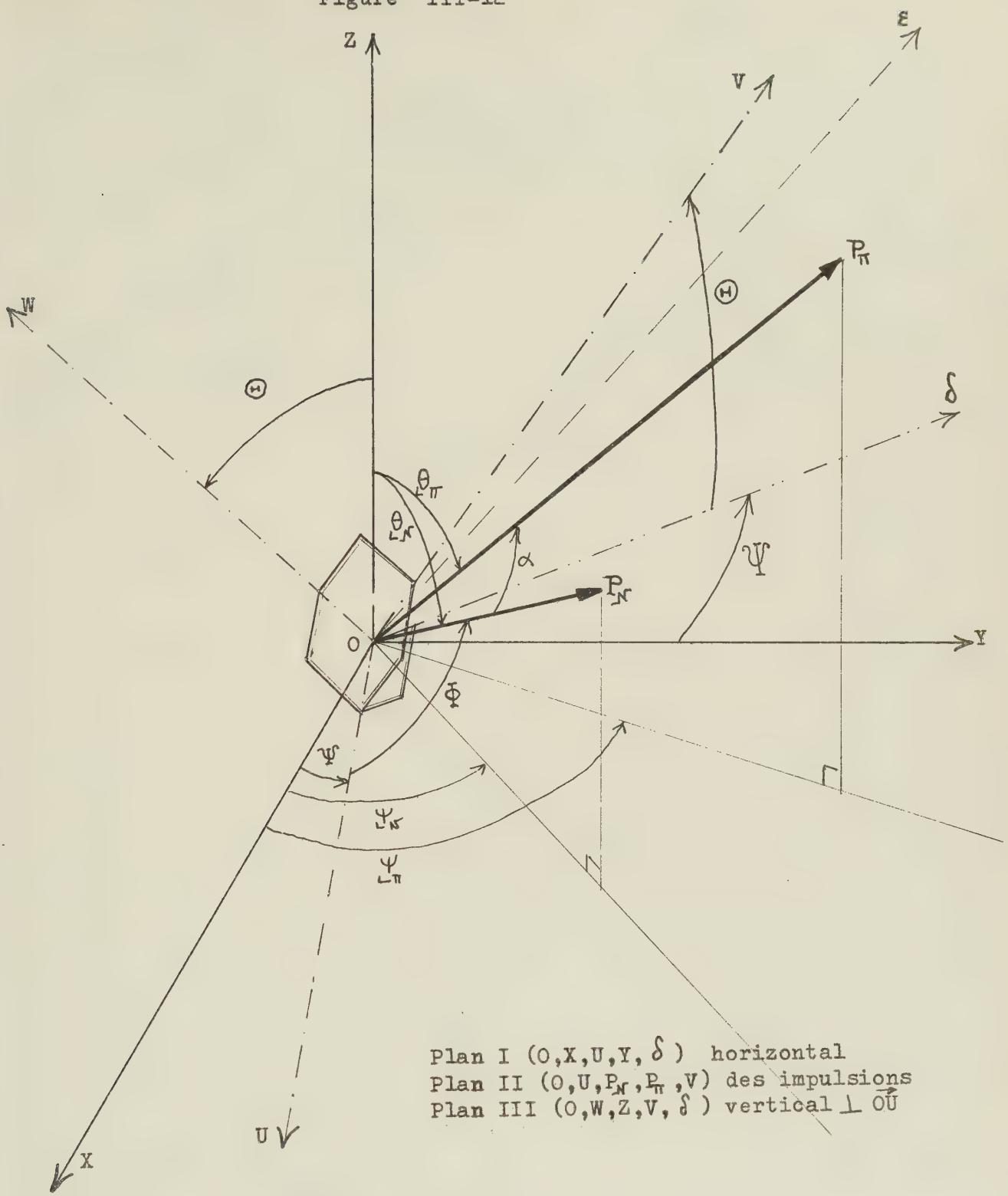


Figure III-12



Plan I (O,X,U,Y, δ) horizontal
Plan II (O,U,P_ν ,P_π ,V) des impulsions
Plan III (O,W,Z,V, δ) vertical $\perp$ $\vec{OU}$

Gréa

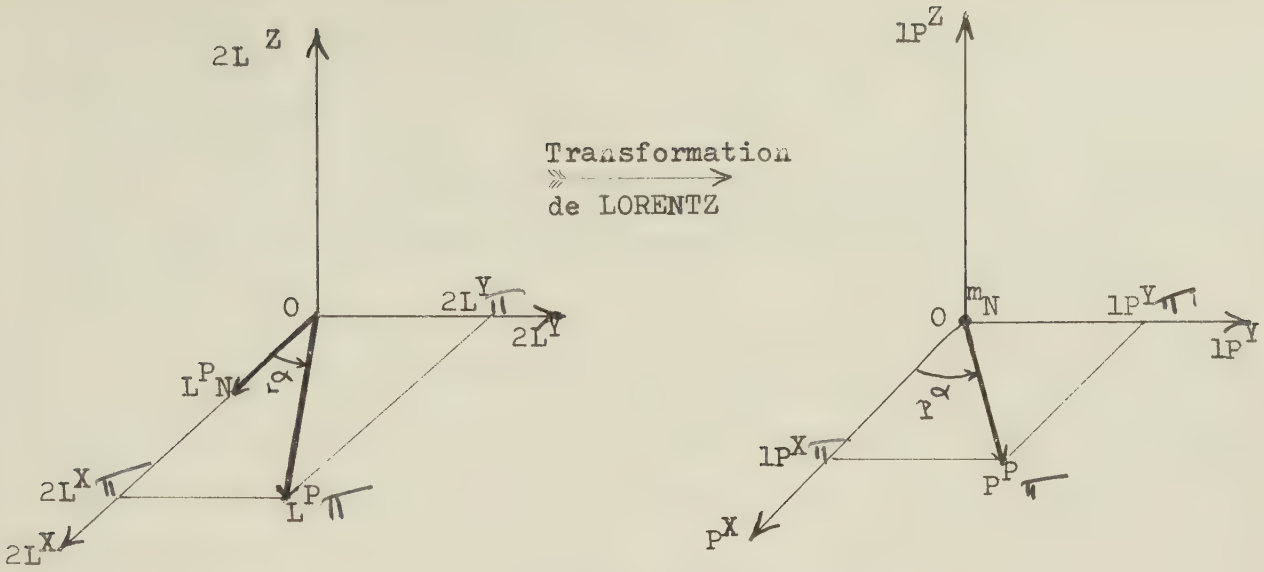


Figure III-3

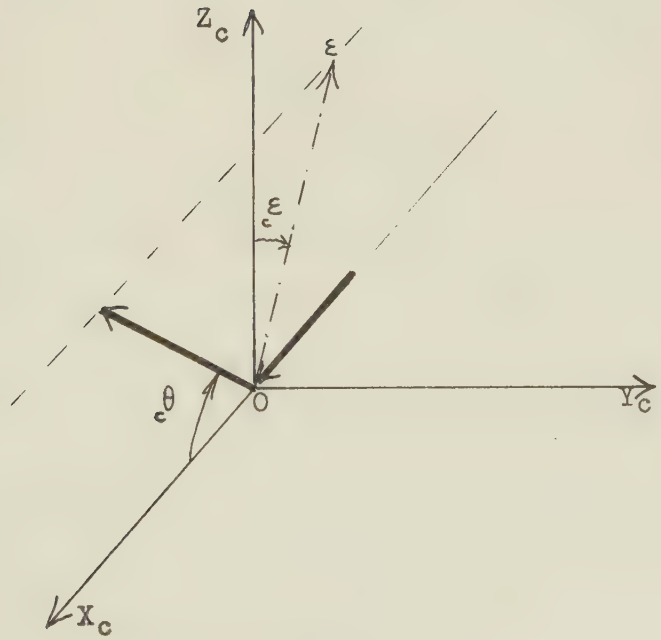


Figure III-4

0$\mathcal{E}$ est l'intersection du plan des particules après le choc et du plan $Y_c O Z_c$

Grea

absolument générales, c'est pourquoi nous partirons d'un système d'axes O_{xyz} liés au laboratoire, mais sans orientation privilégiée (figure III-12) .

Le plan xOy sera désigné par "planI" . Les vecteurs $\overrightarrow{P_N}$ et $\overrightarrow{P_\pi}$ seront repérés par leurs composantes $L^X{}_N$, $L^Y{}_N$, $L^Z{}_N$ et $L^X{}_\pi$, $L^Y{}_\pi$, $L^Z{}_\pi$.

On peut évidemment passer directement au système du centre de masse au moyen de la matrice de transfert, mais cette méthode s'est avérée inutilisable à l'ordinateur et très pénible en ce qui concerne la détermination de l'erreur, aussi avons-nous préféré expliciter la suite des transformations simples qui nous conduisent au même résultat. C'est cette succession d'opérations géométriques que nous allons développer.

a- Passage à un référentiel défini par le plan des impulsions initiales :

Le plan des vecteurs $\overrightarrow{P_\pi}$ et $\overrightarrow{P_N}$ sera désigné par "Plan II" (figure III-12) . Il coupe le plan I suivant $\overrightarrow{Ou}$ (ligne des noeuds). On désigne par Ψ l'angle $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Ou})$ dans le sens direct de O_{xyz}, l'orientation de $\overrightarrow{Ou}$ étant telle que $|\Psi| < \pi$.

Nous définirons l'axe $\overrightarrow{Ow}$ normal au plan II par une rotation d'angle Θ à partir de Oz dans le sens direct autour de $\overrightarrow{Ou}$. On a évidemment $|\Theta| < \pi$. Le trièdre Ou,v,w sera un trièdre direct. Les directions des deux vecteurs $\overrightarrow{P_N}$ et $\overrightarrow{P_\pi}$ sont donc définies de façon univoque dans ce nouveau repère par les angles :

$$\text{III}_3) \qquad \begin{aligned} \Psi &= (\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Ou}) \\ \Phi &= (\overrightarrow{Ou},\overrightarrow{P_N}) \\ \alpha &= (\overrightarrow{P_N},\overrightarrow{P_\pi}) \end{aligned} \quad .$$

Les composantes U V W de l'un de ces vecteurs seront données par :

$$III_4) \quad \begin{cases} {}_L U = {}_L X \cos\Psi + {}_L Y \sin\Psi \\ {}_L V = {}_L X \sin\Psi \cos\Theta + {}_L Y \cos\Psi \cos\Theta + {}_L Z \sin\Theta \\ {}_L W = {}_L X \sin\Psi \sin\Theta - {}_L Y \cos\Psi \sin\Theta + {}_L Z \cos\Theta = o \end{cases}$$

avec :

$$\operatorname{tg}\Psi = \frac{L^Y_N \, L^Z_\pi - L^Y_\pi \, L^Z_N}{L^X_N \, L^Z_\pi - L^X_\pi \, L^Z_N}$$

$$\Psi \in [o, \pi]$$

$$III_6) \quad \operatorname{tg}\Theta = \frac{\left[(L^Y_N \, L^Z_\pi - L^Y_\pi \, L^Z_N)^2 + (L^X_N \, L^Z_\pi - L^X_\pi \, L^Z_N)^2 \right]^{1/2}}{L^X_N \, L^Y_\pi - L^X_\pi \, L^Y_N}$$

$$\Theta \in [o, \pi]$$

Cette dernière formule difficilement programmable se simplifie compte-tenu de la nullité de ${}_L W$.

$$III_7) \quad \operatorname{tg}\Theta = \frac{L^Z_N}{L^Y_N \cos\Psi - L^X_N \sin\Psi}$$

De même :

$$III_8 \quad \cos\Phi = \frac{L^X_N \cos\Psi + L^Y_N \sin\Psi}{\left| \overrightarrow{L^P_N} \right|}$$

$$\sin\Phi = \frac{L^Z_N}{\left| \overrightarrow{L^P_N} \right| \sin\Theta}$$

Pour connaître ${}_L\alpha$, on utilise l'angle $\Phi + {}_L\alpha$ dont les lignes trigonométriques sont obtenues par deux équations identiques à (III_8) où l'indice N est remplacé par l'indice π (ces deux lignes sont nécessaires car $\alpha \in [o, 2\pi]$).

Toutes ces formules se simplifiebt dabs le cas du ler choc de la cascade, parceque l'on peut choisir le repère O x y z de telle façon que l'axe Ox soit déterminé par l'impulsion du pion fourni par l'accélération. Ce choix particulier ne joue évidemment pas pour les chocs ultérieurs.

Cette simplification entraîne les valeurs suivantes :

$$\Psi = o \quad (\overrightarrow{Ox} \text{ et } \overrightarrow{Ou} \text{ sont confondus})$$

$$III_9 \qquad \Phi = -{}_L\alpha \quad \in [o, 2\pi]$$

Les équations $III_{5,7,8}$ deviennent :

$$III_{10}) \qquad tg\Theta = \frac{L^{Z_N}}{L^{Y_N}} \qquad \Theta \in [o, \pi]$$

$$III_{11}) \qquad \begin{cases} \cos\Phi = \dfrac{L^{X_N}}{\left|\overrightarrow{L^{P_N}}\right|} = \cos_L\alpha \\ \\ \sin\Phi = \dfrac{L^{Z_N}}{\left|\overrightarrow{L^{P_N}}\right| \sin\Theta} = -\sin_L\alpha \end{cases}$$

Toujours dans le cas du premier choc, pour des questions de commodité du tirage, on est amené à définir les vecteurs $\overrightarrow{P_N}$ et $\overrightarrow{P_M}$ en coordonnées polaires.

$$III_{12}) \qquad \overrightarrow{L^{P_N}} \begin{cases} L^{P_N} \\ L^{\Theta_N} \\ L^{\Psi_N} \end{cases} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{L^{P_\pi}} \begin{cases} L^{P_\pi} \\ L^{\Theta_\pi} \\ L^{\Psi_\pi} \end{cases}$$

Les formules prennent alors la forme simple :

$$III_{13}) \qquad tg\Theta = \frac{\cos_L\Theta_N}{\sin_L\Theta_N \sin_L\Psi_N} \qquad \Theta \in [o, \pi]$$

$$III_{14}) \quad \begin{cases} \cos\Phi = \sin_L\Theta_N \cos_L\Psi_N = \cos_L\alpha \\ \sin\Phi = \dfrac{\cos_L\Theta_N}{\sin\Theta} = -\sin_L\alpha \end{cases}$$

b) Passage à un référentiel défini par l'impulsion du nucléon

Nous allons définir maintenant le référentiel $O_{2L}x_{2L}y_{2L}z$ par l'impulsion du nucléon, l'axe $\overrightarrow{O_{2L}x}$ portant ce vecteur. Ce passage se traduit simplement par une rotation de Φ autour de Ow .

Dans le cas du premier choc, on retrouve les formules simples :

$$III_{15}) \quad \begin{cases} {}_{2L}X_N = \left|\overrightarrow{{}_LP_N}\right| \\ {}_{2L}Y_N = {}_{2L}Z_N = o \end{cases} \qquad III_{16}) \quad \begin{cases} {}_{2L}X_\pi = \left|\overrightarrow{{}_LP_\pi}\right| \cos_L\alpha \\ {}_{2L}Y_\pi = \left|\overrightarrow{{}_LP_\pi}\right| \sin_L\alpha \end{cases}$$

c) Passage à un différentiel lié au nucléon : (figureIII-3)

Pour lier le système d'axes au nucléon, il suffit d'effectuer une transformation de LORENTZ le long de l'axe $O_{2L}x$, définie par le paramètre

$$III_{17}) \quad \beta_1 = \frac{c\left|\overrightarrow{{}_LP_N}\right|}{{}_LE_N}$$

où ${}_LE_N$ représente l'énergie totale du nucléon .

On calcule de même :

$$III_{18}) \quad \gamma_1 = \frac{{}_LE_N}{{}_oE_N}$$

où ${}_oE_N$ est l'énergie du nucléon au repos.

Désignant par l'indice P les transformées, il vient:

$$III_{19}) \quad \begin{cases} \left|\overrightarrow{P\,P_N}\right| = 0 \\ {}_PX_\pi = \gamma_1\left[{}_{2L}X_\pi - \beta_1\,{}_{2L}E_\pi\right] \\ {}_PY_\pi = {}_{2L}Y_\pi \end{cases}$$

ce qui définit l'angle ${}_P\alpha$ du pion avec l'axe $\overrightarrow{O_P x}$

$$tg_P\alpha = \frac{2L^Y\pi}{2L^X\pi} \quad \frac{1}{\gamma_1\left[1-\beta_1 \frac{2L^E\pi}{2L^X\pi}\right]}$$

$$III_{20}) \qquad tg_P\alpha = tg_L\alpha \quad \frac{1}{\gamma_1\left[1-\beta_1 \frac{2L^E\pi}{2L^X\pi}\right]}$$

Le signe de sin ${}_P\alpha$ est le même que celui de sin ${}_L\alpha$. Quant aux énergies elles sont données par :

$$III_{21}) \qquad {}_PE\pi = \gamma_1\left[{}_LE\pi - \beta_1\ 2L^X\pi\right]$$

$$III_{22}) \qquad {}_PE_N = {}_oE_N$$

Donnons également :

$$III_{23}) \qquad \left|\overrightarrow{P^P\pi}\right| = \frac{\gamma_1}{\cos_P\alpha}\left[2L^X\pi - \beta_1\ L^E\pi\right]$$

d) passage au référentiel lié au nucléon et défini par l'impulsion du pion

On définira l'axe des x de ce nouveau système par l'impulsion du pion . Il suffit d'effectuer une rotation d'angle ${}_P\alpha$ autour de $O_{1P}z$.

Dans ce nouveau repère $O_{2p}x, {}_{2p}y, {}_{2p}z$ on a évidemment:

$$III_{24}) \qquad \begin{cases} 2P^X\pi = \left|\overrightarrow{P^P\pi}\right| \\ 2P^Y\pi = 0 \quad \text{Les énergies étant inchangées} \\ 2P^Z\pi = 0 \end{cases}$$

e) Passage au système du centre de masse :

Ce passage est défini par une nouvelle transformation de LORENTZ telle que :

$$III_{25}) \qquad {}_cX_N = \gamma_2 \left[-\beta_2 \; {}_oE_N \right]$$

$$III_{26} \qquad {}_cX_\pi = \gamma_2 \left[\left| \overrightarrow{{}_pP_\pi} \right| - \beta_2 \; {}_pE_\pi \right]$$

En écrivant que :

$${}_cX_\pi + {}_cX_N = 0 \qquad \text{on trouve :}$$

$$III_{27}) \qquad \beta_2 = \frac{\left| \overrightarrow{{}_pP_\pi} \right|}{{}_pE_\pi + {}_oE_N}$$

$$III_{28}) \qquad \gamma_2 = (1-\beta_2^{\,2})^{-1/2}$$

Et on a finalement :

$$III_{29}) \qquad {}_cX_\pi = \left| \overrightarrow{{}_cP_\pi} \right| = \gamma_2 \beta_2 \; {}_oE_N = - \left| \overrightarrow{{}_cP_N} \right|$$

$$III_{30}) \qquad {}_cE_N = \gamma_2 \; {}_oE_N$$

$$III_{31}) \qquad {}_cE_\pi = \gamma_2 \left[{}_pE_\pi - \beta_2 \; {}_2pX_\pi \right]$$

$$= \gamma_2 \left[{}_pE_\pi - \beta_2 \left| \overrightarrow{{}_pP_\pi} \right| \right]$$

2. La dynamique de la collision Figure III-4

Ayant déterminé par tirage les angles de diffusion ${}_c\Theta$ et ${}_c\mathcal{E}$ et désignant par les lettres accentuées les paramètres dynamiques des particules après l'interaction élastique, il vient :

$$III_{32}\quad \begin{cases} {}_cX'_\pi = \left|\overrightarrow{{}_cP'_\pi}\right| \cos {}_c\Theta = -{}_cX'_N \\ {}_cY'_\pi = -\left|\overrightarrow{{}_cP'_\pi}\right| \sin\Theta_c \sin_c \varepsilon = -{}_cY'_N \\ {}_cZ'_\pi = \left|\overrightarrow{{}_cP'_\pi}\right| \sin \Theta_c \cos_c \varepsilon = -{}_cZ'_N \\ \left|\overrightarrow{{}_cP'_\pi}\right| = \left|\overrightarrow{{}_cP'_N}\right| = \left|\overrightarrow{{}_cP_N}\right| = \left|\overrightarrow{{}_cP_\pi}\right| \\ {}_cE'_N = {}_cE_N \quad \text{et} \quad {}_cE'_\pi = {}_cE_\pi \end{cases}$$

3. Les équations de retour au système lié au noyau

La séquence des transformations s'effectue dans l'ordre inverse de celles du ler paragraphe.

a) Retour au système $O_{2P^X}, {}_{2P^Y}, {}_{2P^Z}$:

Ce retour s'effectue au moyen de la transformation de LORENTZ définie par (III,27) :

$$III_{33}\quad \begin{cases} {}_{2P}X'_\pi = \gamma_2 \left[{}_cX'_\pi + \beta_2 \, {}_cE'_\pi\right] \\ {}_{2P}Y'_\pi = {}_cY'_\pi = -{}_cY'_N \\ {}_{2P}Z'_\pi = {}_cZ'_\pi = -{}_cZ'_N \\ {}_PE'_\pi = \gamma_2 \left[{}_cE'_\pi + \beta_2 \, {}_cX'_\pi\right] \end{cases}$$

et :

$$III_{34}\quad \begin{cases} {}_{2P}X'_N = \gamma_2 \left[{}_cX'_N + \beta_2 \, {}_cE'_N\right] = \gamma_2 \left[-{}_cX'_\pi + \beta_2 \, {}_cE'_N\right] \\ {}_{2P}Y'_N = {}_cY'_N = -{}_cY'_\pi \text{ pour le choc élastique} \\ {}_{2P}Z'_N = {}_cZ'_N = -{}_cZ'_\pi \\ {}_PE'_N = \gamma_2 \left[{}_cE_N + \beta_2 \, {}_cX'_N\right] \end{cases}$$

b) Retour au système $O_{1P}x, {}_{1P}y, {}_{1P}z$

A l'aide de la rotation $-{}_{P}\alpha$ autour de $\overrightarrow{O_{2P}z}$

$$(III_{35}) \quad \begin{cases} {}_{1P}X'_N = {}_{2P}X'_N \cos {}_{P}\alpha - {}_{2P}Y'_N \sin {}_{P}\alpha \\ {}_{1P}Y'_N = {}_{2P}X'_N \sin {}_{P}\alpha + {}_{2P}Y'_N \cos {}_{P}\alpha \\ {}_{1P}Z'_N = {}_{2P}Z'_N \\ {}_{P}E'_N \text{ inchangé} \end{cases}$$

et

$$III_{36}) \quad \begin{cases} {}_{1P}X'_\pi = {}_{2P}X'_\pi \cos {}_{P}\alpha - {}_{2P}Y'_\pi \sin {}_{P}\alpha \\ {}_{1P}Y'_\pi = {}_{2P}X'_\pi \sin {}_{P}\alpha + {}_{2P}Y'_\pi \cos {}_{P}\alpha \\ {}_{1P}Z'_\pi = {}_{2P}Z'_\pi \\ {}_{P}E'_\pi \text{ inchangé} \end{cases}$$

c) Retour au système $O_{2L}x, {}_{2L}y, {}_{2L}z$

On opère la transformation de LORENTZ inverse de (III_{19})

$$III_{37} \quad \begin{cases} {}_{2L}X'_{N-\pi} = \gamma_1 \left[{}_{P}X'_{N-\pi} + \beta_1 \, {}_{P}E'_{N-\pi} \right] \\ {}_{2L}Y'_{N-\pi} = {}_{P}Y'_{N-\pi} \\ {}_{2L}Z'_{N-\pi} = {}_{1P}Z'_{N-\pi} \\ {}_{2L}E'_{N-\pi} = \gamma_1 \left[{}_{P}E'_{N-\pi} + \beta_1 \, {}_{1P}X'_{N-\pi} \right] \end{cases}$$

d) Retour au système primitif : Par la rotation ${}_{L}\alpha$ autour de $\overrightarrow{O_{2L}z}$

Par la rotation ${}_{L}\alpha$ autour de $O_{2L}z$ et $-\Theta$ autour de $\overrightarrow{O_{1L}x}$, en utilisant les formules inverses de (III_4).

$$III_{38}) \begin{cases} {}_{L}X'_{N-\pi} = 2{}_{L}X'_{N-\pi} \cos {}_{L}\alpha + 2{}_{L}Y'_{N-\pi} \sin {}_{L}\alpha \\ {}_{L}Y'_{N-\pi} = \left[-2{}_{L}X'_{N-\pi} \sin {}_{L}\alpha + 2{}_{L}Y'_{N-\pi} \cos {}_{L}\alpha \right] \cos\Theta - 2{}_{L}Z'_{N-\pi} \sin\Theta \\ {}_{L}Z'_{N-\pi} = \left[-2{}_{L}X'_{N-\pi} \sin {}_{L}\alpha + 2{}_{L}Y'_{N-\pi} \cos {}_{L}\alpha \right] \sin\Theta + 2{}_{L}Z'_{N-\pi} \cos\Theta \end{cases}$$

et

$$III_{39}) \begin{cases} {}_{L}\Theta'_{N-\pi} = \text{Arc cos} \dfrac{{}_{L}Z'_{N-\pi}}{\left| {}_{L}\vec{P}'_{N-\pi} \right|} \qquad {}_{L}\Theta' \in [0, \pi] \\ {}_{L}\Psi'_{N-\pi} = \text{Arc cos} \dfrac{{}_{L}X'_{N-\pi}}{\sqrt{{}_{L}X'^{2} + {}_{L}Y'^{2}}} \end{cases}$$

${}_{L}Y'$ donne le signe du sinus d'où ${}_{L}\Psi'$

III. Réalisation pratique des calculs relatifs aux chocs élastiques

A- Ordinateur et type de programmation

La machine utilisée est une I.B.M. 650 Standard connectée à une 421 tabulatrice, mise à notre disposition par le Centre de calcul I.B.M. de Lyon

Le langage utilisé est celui de la machine sous sa forme symbolique. Nous n'avons pu nous servir des logiques extérieures existantes pour deux raisons :

1. Le grand nombre de mémoires (environ 1800) nécessité par l'importance du calcul. Sa décomposition en séquences indépendantes aurait certes permis l'emploi d'une logique extérieure et par conséquent réduit le temps de programmation, mais en contrepartie le temps d'utilisation eut été considérablement augmenté

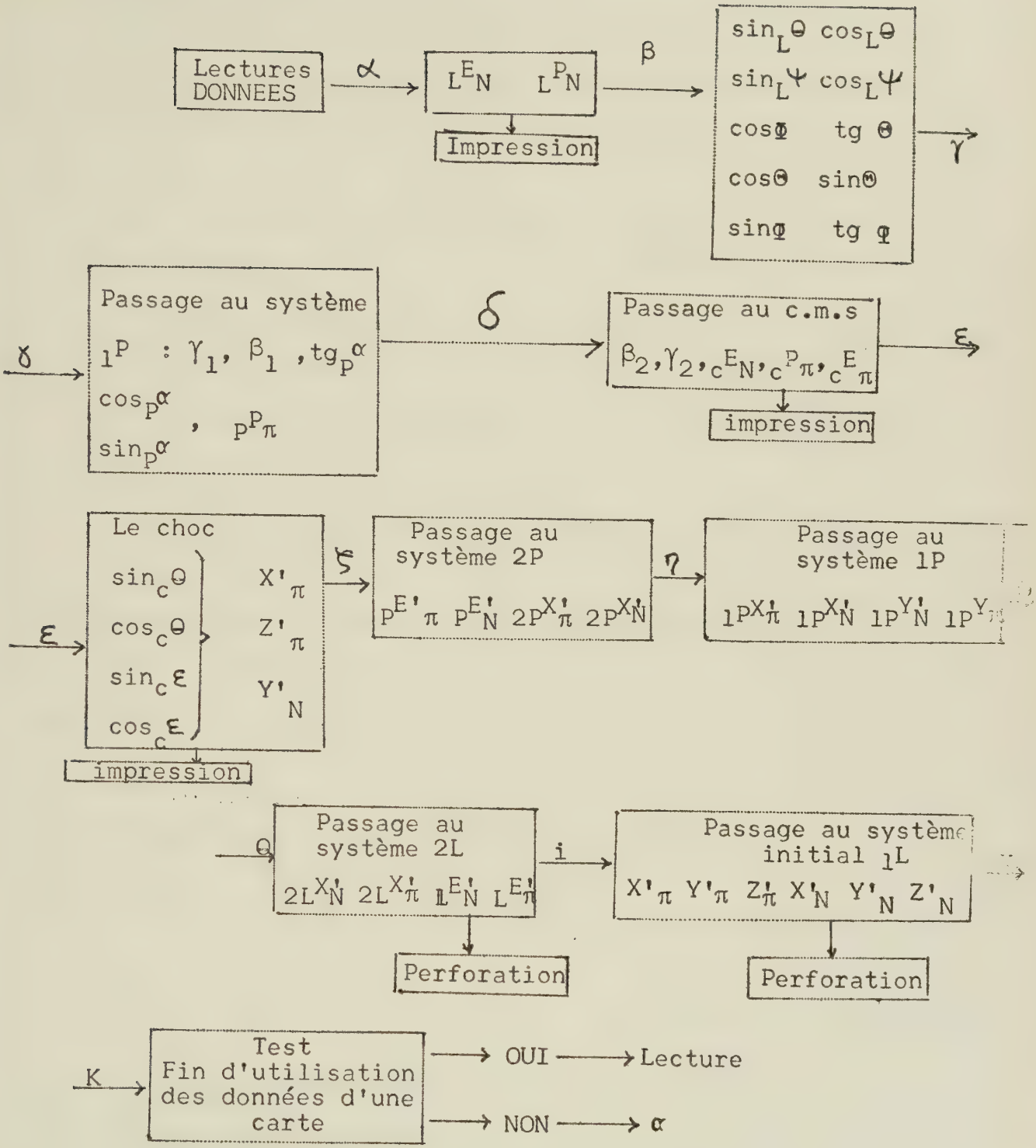
2. Et surtout, l'impossibilité, compte tenu de l'énergie de la particule incidente que nous considérons, de mener les calculs avec une précision suffisante . Il convient en effet de noter que la description physique complète d'une collision élastique exige une connaissance de l'énergie des particules émergentes à environ 0.1 MeV près. Soit une erreur relative de 5.10^{-5} .

Seul le langage symbolique permet de conduire les calculs de façon à conserver l'énergie et l'impulsion à mieux que respectivement 10 KeV et 100 KeV/c, ce qui correspond à une précision relative d'environ $2.\ 10^{-6}$.

Pour obtenir une telle précision, il nous a fallu imaginer et réaliser une technique de virgule flottante simulée rapide, qui permit de travailler sur un nombre constant de chiffres significatifs.

B- Organigramme :

La séquence des calculs sous forme d'organigramme est la suivante :


Lectures DONNEES
α
$L^{E}N$ $L^{P}N$
Impression
β
$\sin_L\Theta$ $\cos_L\Theta$
$\sin_L\Psi$ $\cos_L\Psi$
cosΦ tg Θ
cosΘ sinΘ
sinΦ tg Φ
γ
δ
Passage au système
1^P : γ_1, β_1, $tg_P\alpha$
$\cos_P\alpha$
$\sin_P\alpha$
, $P^P\pi$
Passage au c.m.s
$\beta_2, \gamma_2, {}_cE_N, {}_cP_\pi, {}_cE_\pi$
impression
ε
Le choc
$\sin_c\Theta$ $\cos_c\Theta$ $\sin_c\varepsilon$ $\cos_c\varepsilon$
X'_π Z'_π Y'_N
impression
ξ
Passage au système 2P
$P^{E'}\pi$ $P^{E'}N$ $2P^{X'}\pi$ $2P^{X'}N$
η
Passage au système 1P
$1P^{X'}\pi$ $1P^{X'}N$ $1P^{Y'}N$ $1P^{Y}$
Passage au système 2L
$2L^{X'}N$ $2L^{X'}\pi$ $L^{E'}N$ $L^{E'}\pi$
Perforation
i
Passage au système initial 1L
X'_π Y'_π Z'_π X'_N Y'_N Z'_N
Perforation
K
Test
Fin d'utilisation des données d'une carte
OUI
Lecture
NON
α

C- Données numériques et limites d'utilisation du programme

Les données numériques sont les suivantes : (les symboles sont ceux du chapitre III par. II)

T_{max} = 22 MeV

m_N = 938,86MeV

$_L P_\pi$ = 4,5 GeV/c ($_L E_\pi$ correspondant vaut : 4,502177251 MeV)

Quelles sont les limites d'utilisation du programme ?

a) Il est valable (évidemment) pour toutes les distributions d'angles $_L\Theta$, $_L\Psi$, $_L\mathcal{E}$, $_c\Theta$ compris entre 0° et 360° .

b) Tel qu'il a été conçu, il est applicable immédiatement dans le cas d'une valeur T_{max} quelconque comprise entre 0 et 61 MeV. Il l'est, mais au prix d'une modification peu importante pour tout $T_{max} < 0{,}5$ GeV

c) De même l'impulsion $_L P_\pi$ peut être choisie égale à toute valeur comprise entre 0 et 10 GeV/c, ceci avec un changement insignifiant du programme.

D- Sous-programmes utilisés

Le développement des calculs exige un sous-programme racine carrée extérieur (I.B.M. N° 01.602.3F) et deux sous-programmes internes; programme sinus-cosinus simultané à partir de l'angle en radian programme sinus-cosinus simultané à partir de la tangente : nous avons introduit et mis au point ces deux programmes à l'occasion du travail dont nous rendons compte ici.

IV. Résultats

La simulation a porté sur 1060 interactions élastiques π^- - protons liés. Nous donnons sous forme de courbes les résultats relatifs :

- au spectre en impulsions des particules dans le c.m.s (Figure IV-1)
- aux spectres énergétiques des π^- et des nucléons émergents dans le laboratoire (Figure IV-2 et 3).
- à la nouvelle section efficace π^- - nucléon lié relative aux interactions élastiques (Figure IV-4).

La distribution en impulsions dans le c.m.s est symétrique autour d'une valeur moyenne égale à 1 387 MeV/c . Ce résultat est consistant avec les hypothèses de départ. D'après celles-ci, en effet, les impulsions totales initiales dans le laboratoire sont réparties symétriquement autour d'une impulsion de 4 500 MeV/c, équivalente dans le c.m.s à une impulsion de 1 382 MeV/c par particule. L'accord avec l'expérience de simulation est réalisée à mieux de 0.4 % .

L'un des objets de notre étude était de déterminer la valeur du coefficient d'intediction traduisant l'effet du principe d'exclusion dans les chocs quasi-élastiques. Ce coefficient est égal au rapport entre le nombre d'évènements (égal à 228) laissant au nucléon une énergie cinétique dans le laboratoire inférieure à 22 MeV, et le nombre total d'évènements . Nous avons obtenu:

$$k = 228/1\,060 = 0.216\ \%$$

Formulons une remarque importante : parmi les collisions interdites, figurent en particulier, celles dans lesquelles le nucléon se trouve perdre de l'énergie cinétique (l'excès d'énergie se trouvant transféré au pion). L'avantage du modèle du gaz de FERMI à O°K est, en particulier, que ces types de chocs, impossibles de toute façon puisqu'ils aboutiraient à un niveau nucléaire énergétique situé en dessous du fondamental, sont automatiquement exclus par le principe de PAULI.

Mais les réaprtitions expérimentales des nucléons ne sont pas celles du gaz de FERMI et les modèles à particules indépendantes utilisées n'excluent pas les collisions dont nous venons de parler. Ce fait est une preuve de leur insuffisance. Il est important de connaître l'importance du phénomène gênant.

La proportion des chocs qui aboutiraient à un accroissement de l'énergie cinétique de la particule incidente est probablement faiblement influencée par tel ou tel type de distribution; le résultat que nous avons obtenu avec le modèle du gaz de FERMI est donc susceptible de donner une indication :

Sur 1 060 chocs, 117 conduisaient à des pions dont l'énergie est supérieure à celle des pions incidents; ce qui donne une proportion de 0.11 .La moitié donc des collisions interdites aboutissent à un gain d'énergie du pion incident.

V. Etude de l'erreur affectant k

Le résultat k = 0.216 est un résultat brut, entaché de toutes les dispersions statistiques inhérentes à la méthode de simulation.

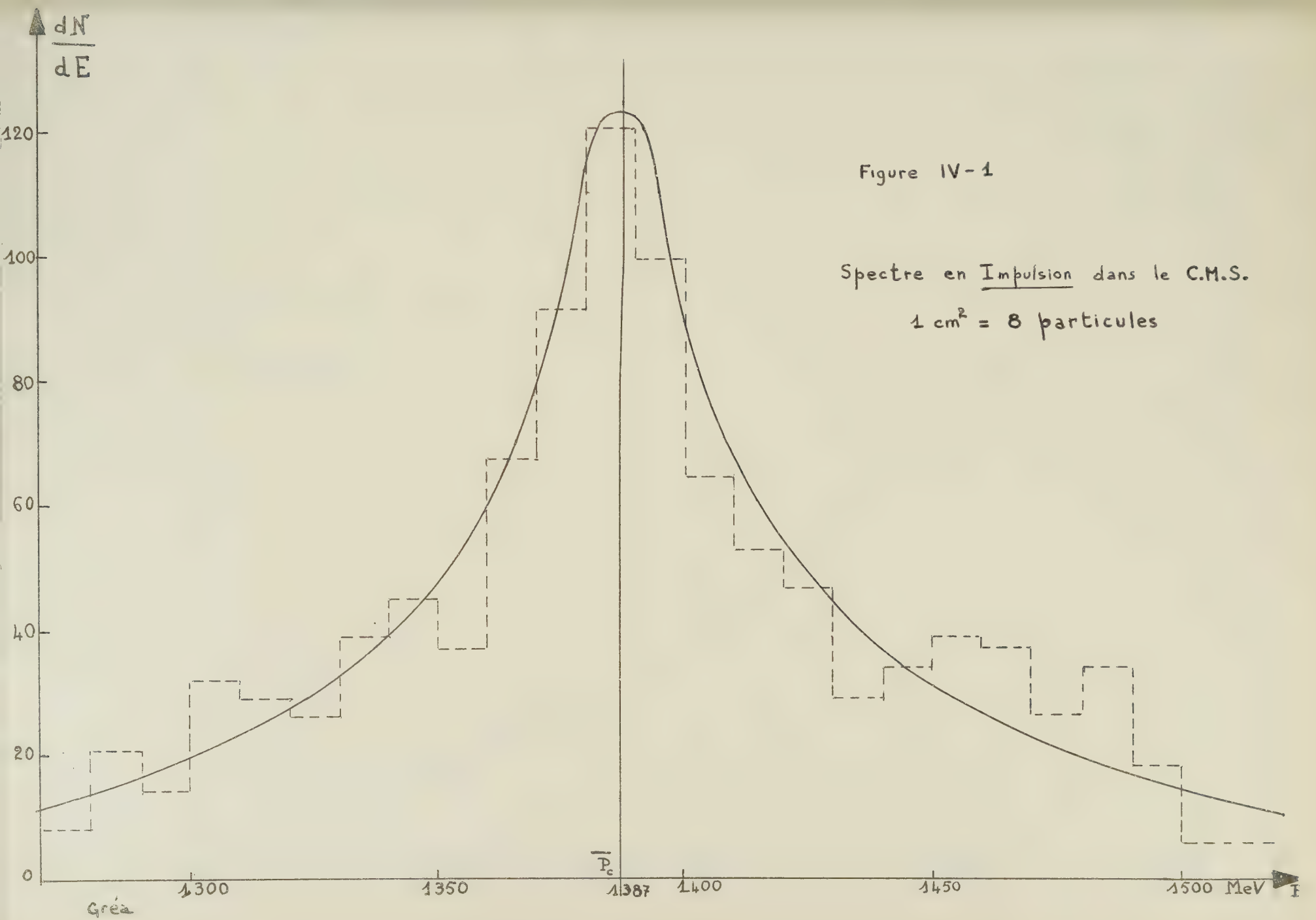


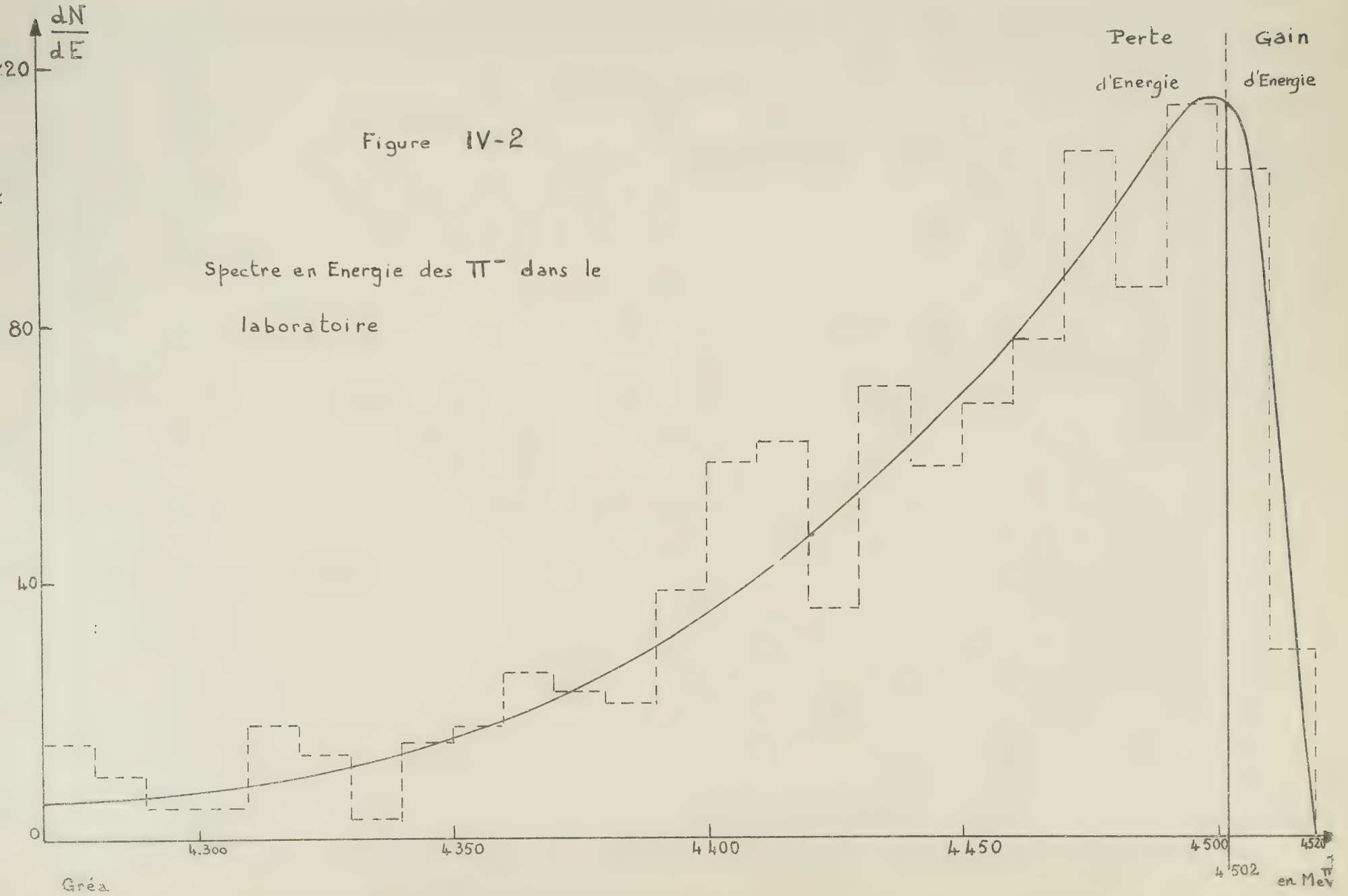
Figure IV-1

Spectre en Impulsion dans le C.M.S.

1 cm² = 8 particules

Figure IV-2

Spectre en Energie des π^- dans le laboratoire



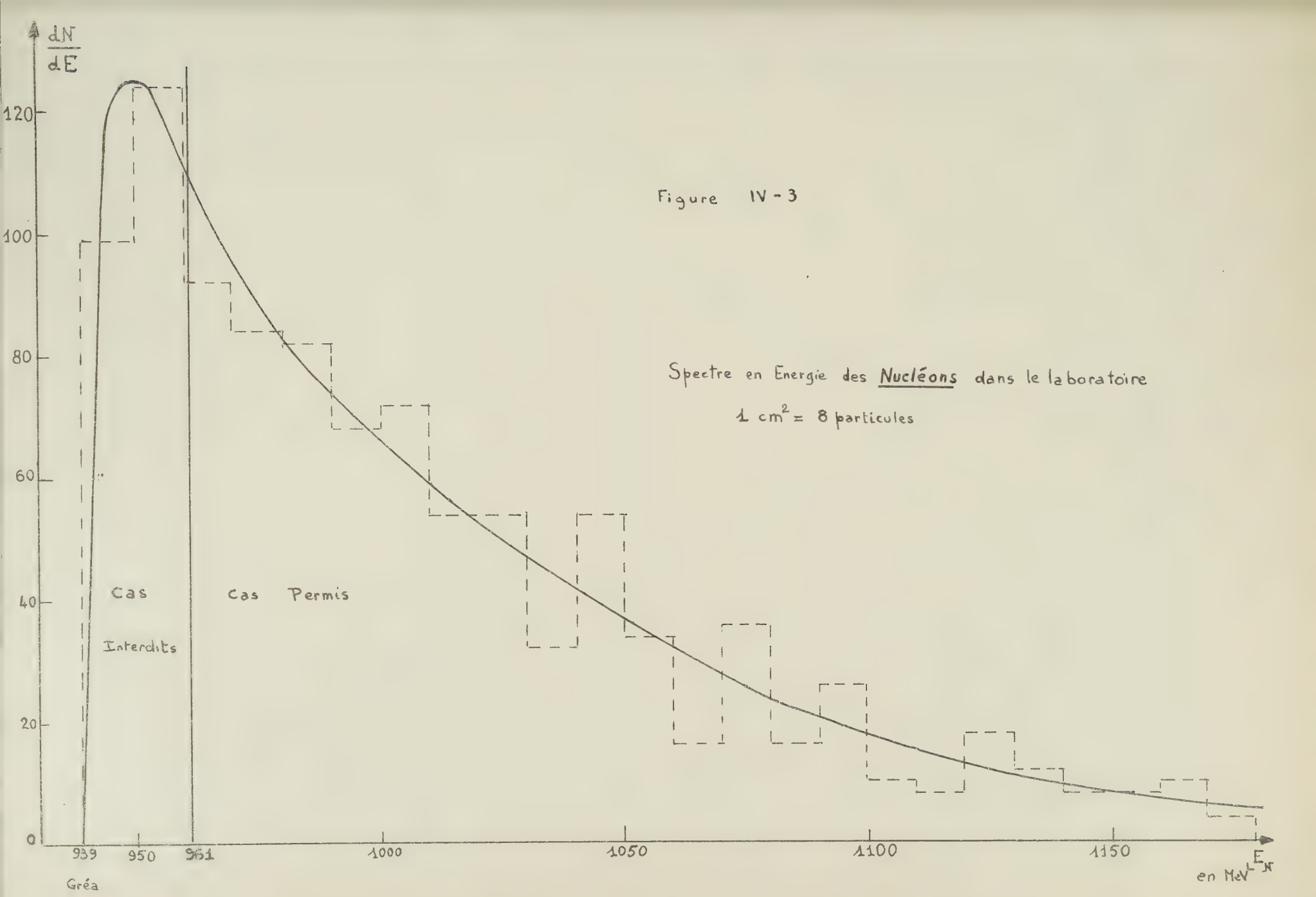
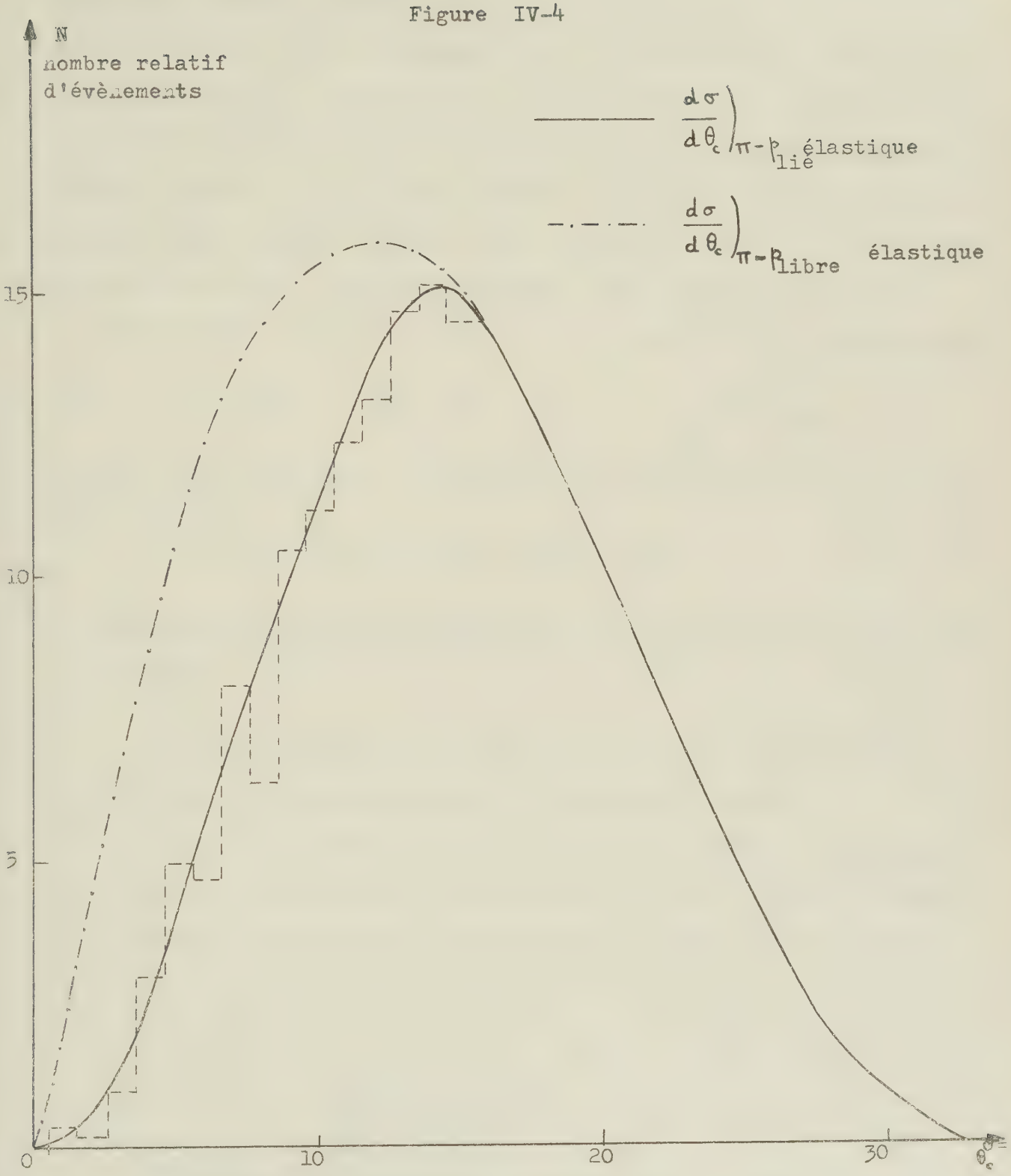


Figure IV - 3

Gréa

Figure IV-4



Grea

Une première amélioration consiste à ajuster une courbe continue sur le spectre différentiel énergétique, discret, des nucléons après le choc, dans le laboratoire et de prendre le rapport des mesures de la surface limitée par la courbe dN/dE et la parallèle aux ordonnées passant par E= 22 MeV, pour les $E < 22$ MeV et la surface totale limitée par la courbe dN/dE . L'ajustement a été fait par la méthode des moindres carrés. Pour estimer la surface totale, nous avons utilisé une équation empirique pour $E > 1\,100$ MeV soit $y = 19.7/ x^{1,2}$. Nous l'avons intégré jusqu'à $(E_N)_{max}$ correspondant à :

$$\Theta_c = 30° \qquad {}_L\Theta_N = 0° = {}_L\Psi_N \qquad {}_LE_N = 961 \text{ MeV}$$

c'est à dire 1 330 MeV. Le coefficient d'interdiction obtenu par cette méthode est :

$$k' = 0.212 \quad \text{soit } 21.2\%$$

A- Evaluation d'une borne supérieure de l'erreur par le théorème de BAYES

Selon l'usage, nous donnerons une borne supérieure de l'erreur commise sur k', par application du théorème de BAYES.

Les n cas favorables sont ceux pour lesquels l'évènement est interdit, les r = N-n " défavorables" sont ceux pour lesquels il est permis. La meilleure moyenne et la variance de k' sont:

$$\begin{cases} m = \dfrac{n+1}{N+2} \\ \sigma^2 = \dfrac{m(1-m)}{N+3} \end{cases}$$

La borne supérieure de la probabilité p pour que k' s'écarte

de m d'une quantité supérieure à est :

$$\frac{1}{5\varepsilon^2(N+3)} > p\left[k \notin (m \pm \varepsilon)\right]$$

Si nous prenons p = 1/70 (ce qui correspond à un intervalle de longueur égal à une fois la variance), il vient :

$$16 \leqslant k' \leqslant 26 \quad \text{ou} \quad k' = 0.21 \pm 0.05$$

et l'erreur relative est de 25% .

B- Etude analytique de l'erreur

Elle consiste à établir l'équation $E'_N = f(\theta, \Psi, \theta_c, \varepsilon_c, {}_L E_N)$ Cette fonction certaine de cinq aléatoires est une aléatoire dont il est théoriquement possible de déterminer la probabilité pour que sa valeur appartienne à la classe $E'_N \leqslant 22$ MeV. Ceci établi, il est alors facile d'établir $\sigma^2_{k'}$, variance de la fréquence k' de la classe $E'_N \leqslant 22$ MeV, fréquence qui n'est autre que notre coefficient d'interdiction.

Cette méthode rigoureuse est inexploitable à cause de la complexité de la fonction f (cette complexite s'aggravant d'ailleurs dans le cas de collision inélastique).

Nous avons essayé de simplifier cette méthode, en négligeant l'influence de certaines aléatoires.

Les quatre aléatoires θ , Ψ, ε_c, ${}_L E_N$ sont construites à partir de la distribution de nombres au hasard entre zéro et un. Celle-ci est constituée de classes très fines (l'épaisseur de la classe est 0.0005) et les tests auxquels nous l'avons soumise nous ont révélé qu'elle était excellente. Au contraire l'aléatoire θ_c est tirée dans une distribution comportant des classes de 0.5° dont l'épaisseur est

donc très supérieure à celle des classes intervenant pour les autres aléatoires. D'autre part, cette dernière distribution ne se trouve appelée qu'une fois, alors que celle des nombres au hasard l'est quatre fois. Nous supposons donc que la variance de k' est déterminée essentiellement par la variance partielle relative à l'aléatoire Θ_c.

En langage probabiliste on a :

$$p_i(\ E \leqslant 22\ \text{MeV},\ \Theta \in [\Theta_i,\ \Theta_i + d\Theta]\ = \chi_i(\Theta) = \frac{n_i}{N_i}$$

où n_i est le nombre d'évènements interdits pour $\Theta \in [\Theta_i,\ \Theta_i + d\Theta]$

N_i est le nombre total d'évènements de cette classe.

Il vient:

$$k = \frac{n}{N} = \frac{1}{N}\int n(\Theta)\ d\Theta = \frac{\int n(\Theta)d\Theta}{\int N(\Theta)d\Theta}$$

or $N(\Theta) = Np(\Theta)$ où $p(\Theta)$ est la densité de probabilité de Θ

et $$k(\Theta) = \int \frac{n(\Theta)\ p(\Theta)}{N(\Theta)}\ d\Theta = \int \chi(\Theta)\ p(\Theta)\ d\Theta \quad \text{(FigureIV-5)}$$

En prenant comme approximation de l'intégrale, la somme :

$$k = \Sigma \chi_i(\Theta)\ p_i(\Theta)$$

on arrive à considérer l'aléatoire k comme la somme des fréquences

$$\chi(\Theta)\ p_i(\Theta) \quad \text{(figure IV-6)}$$

La loi de l'addition des variances fournit le résultat cherché :

$$\sigma_k^2 = \Sigma \sigma^2 \chi_i p_i$$

avec:

$$\sigma^2 \chi_i p_i = \frac{(\chi_i p_i)(1-\chi_i p_i)}{N_i}$$

Une variante de cette méthode consiste à utiliser directement

les n_i, ce qui simplifie les calculs.

On a : $\Sigma n_i = n$

et $$\sigma^2_n = \Sigma \sigma^2_{n_i} \qquad \text{avec :}$$

$$\sigma^2_{n_i} = N_i(\theta) \left[p_i(\theta)\chi_i(\theta)\right]\left[1-p_i\chi_i\right]$$

car la probabilité pour qu'un évènement appartienne à n_i est :

$$p_i(\theta)\,\chi_i(\theta)$$

La variance sur $n(\theta)$ a été sommée et nous avons trouvé :

dn = 11.3 avec une probabilité de 70%

dn = 22.6 " " " " 99%

Le résultat est donc:

$$0.19 \leqslant k \leqslant 0.24 \qquad \text{soit } k = 0.215 \pm 0.025$$

ce qui correspond à une erreur relative de 14 % .

C- Etude statistique de l'erreur

Supposons qu'une expérience ait conduit à des résultats appartenant à c classes possibles disjointes, parmi lesquelles a sont favorables à l'évènement considéré et b = c-a défavorables.

Supposons que cette expérience soit répétée N fois. La probabilité pour que l'évènement E_1 favorable se produise est :

$$P = C_N^m\, p^m\, q^{N-m} \qquad \text{avec } p=1-q = a/c$$

Le théorème fondamental de la convergence en probabilité donne:

$$P\left[\left|\frac{m}{N} - p\right| \leqslant \varepsilon\right] = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-u^2/2}\, du + R$$

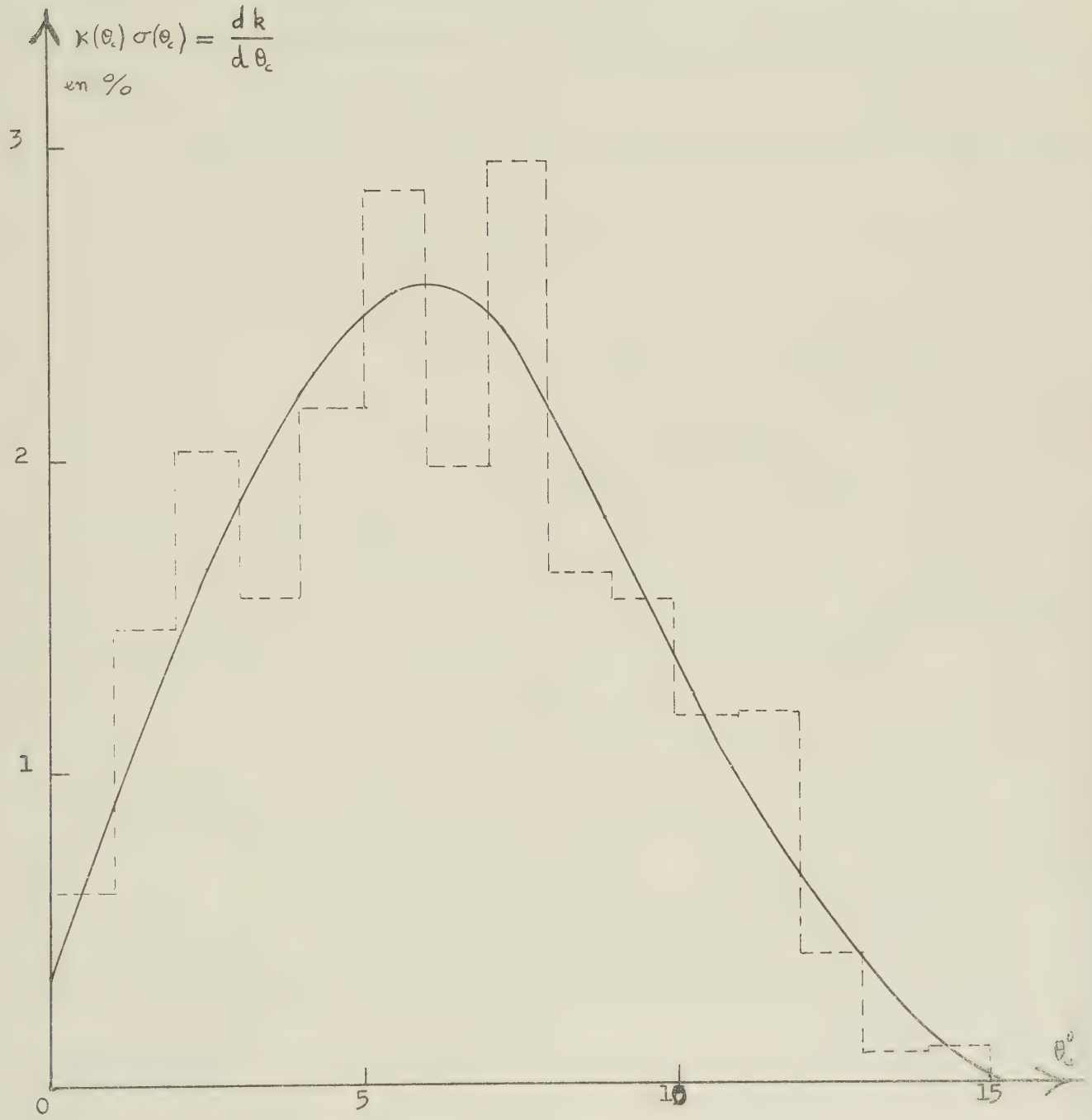
avec : $$t = \sqrt{\frac{N}{pq}} = \frac{\varepsilon}{\sigma} \qquad \text{et} \quad |R| < \frac{e^{-t^2/2}}{\sqrt{2\pi Npq}} + \frac{0.2+0.25\,|p-q|}{Npq} + e^{-3/2\sqrt{Npq}}$$

Référence (16)

Figure IV-5

Grea

Figure IV-6



Grea

Dans le cas du choc élastique, nous avons n évènements interdits et N-n permis; ces deux catégories sont disjointes et recouvrent l'ensemble des évènements élastiques. On peut donc appliquer le raisonnement précédent.

Nous prenons comme estimation du coefficient réel d'interdiction k le nombre n/N.

La probabilité pour que l'estimation vérifie l'inégalité:

$$\left| \frac{n}{N} - k \right| < \varepsilon$$

est approximativement :

$$f(t) = \operatorname{erf}\left(\frac{t}{\sqrt{2}}\right) \text{ ou } t = \varepsilon\sqrt{\frac{N}{k(1-k)}}$$

et :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} \, d\xi$$

et ε est l'erreur <u>absolue</u> maximum tolérée.

Par conséquent si on veut un intervalle de sécurité certain à 99.5% il nous faut: x=2 c'est à dire t= 2.828

et:

$$\varepsilon = t\sqrt{\frac{k(1-k)}{N}} = 3.6\ \%$$

et le résultat s'écrit alors:

$$k = 21.3 \pm 3.6 \text{ soit :}$$

$$0.177 \leqslant k \leqslant 0.249 \quad \text{soit } k = 0.213 \pm 0.036$$

l'erreur relative étant de 16.8 %

<u>Conclusion</u>

La méthode la plus rigoureuse est la méthode B, mais

elle est plus difficilement applicable et masque les conditions nécessaires à une plus grande précision.

Les méthodes A et C sont plus faciles mais plus grossières. Elles permettent toutefois de fixer le nombre N maximum de chocs pour que la précision soit certainement supérieure à 10 % : ce nombre est de l'ordre de 10 000 .

Chapitre IV

COLLISIONS INELASTIQUES

I. Intervention des collisions inélastiques dans la cascade

Nous avons étudié jusqu'à présent les collisions élastiques π^- - nucléons. Dans une cascade interviennent également:

- des collisions élastiques nucléon-nucléon (succédant éventuellement à la première collision élastique π^- - nucléons)
- des captures de nucléons (suivant une quelconque des collisions de la cascade)
- des collisions inélastiques pion-nucléon (ou nucléon-nucléon) conduisant à l'émission de nouvelles particules (pions)

Nous nous proposons d'introduire une méthode permettant d'étudier les collisions du type trois. En fait, la complication du problème nous a conduit dans l'application pratique à nous limiter au cas où un seul pion était produit.

II. Caractères généraux de l'interaction inélastique π^- - nucléon

Une interaction inélastique π^-- nucléon se caractérise par:

- la multiplicité des pions émis,
- l'état de charge du système après le choc
- l'état dynamique du système après le choc

La multiplicité est donnée soit par le résultat d'expériences soit par l'application des théories de type statistique.* L'état de charge se déduit de la théorie du spin isotopique.**

* Ref.(17)

** Ref.(18)

III. Dynamique de l'interaction

De même que la dynamique de l'interaction élastique, celle de l'interaction inélastique π^- - nucléon sera étudiée dans le système du centre de masse. Les séquences des transformations permettant de passer du système du laboratoire au système du centre de masse et inversement, sont celles données au chapitre II parag.3.

Les expérimentateurs fournissent habituellement pour chaque type de réaction :

- le spectre en énergie des $\pi^{\pm}$ et des nucléons
- la distribution angulaire de l'ensemble des π chargés dans les réactions de chaque type
- la distribution angulaire de l'ensemble des nucléons
- parfois les distributions angulaires dans une bande d'énergie donnée.

Nous conservons les notations du chapitre II. Les équations de conservation suivantes fournissent quatre relations indépendantes entre les modules des impulsions après le choc et θ_i, ε_i, angles semi-polaires de l'impulsion (coo. cylindrique)

$$IV_1) \quad E_T = \sqrt{P'^2_N c^2 + m_N^2 c^4} + \sqrt{P'^2_{\pi_1} c^2 + m^2 c^4} + \sqrt{P'^2_{\pi_2} c^2 + m^2 c^4}$$

$$IV_2) \begin{cases} 0 = P'_{\pi_1} \sin\theta_1 \sin\ _1 + P'_{\pi 2} \sin\theta_2 \sin\ _2 + P'_N \sin\theta_3 \sin\ _3 \\ 0 = P'_{\pi_1} \sin\theta_1 \cos\ _1 + P'_{\pi_2} \sin\theta_2 \cos\ _2 + P'_N \sin\theta_3 \cos\ _3 \\ 0 = P'_{\pi_1} \cos\theta_1 + P'_{\pi_2} \cos\theta_2 + P'_N \cos\theta_3 \end{cases}$$

Un certain nombre de paramètres restent donc indéterminés : (cinq dans le cas d'un seul π créé, huit dans le cas de 2π créés)

Le choix est partiellement arbitraire : partiellement seulement car:

a) Certaines combinaisons des paramètres disponibles sont incompatibles avec les équations de conservation.

b) Il est nécessaire que les distributions expérimentales soient respectées.

Nous nous sommes bornés, ainsi que nous l'avons annoncé, au cas de la production d'un seul π . Il y a donc cinq paramètres indéterminés. Il nous a fallu étudier les conditions de nature, d'ordre, de domaine du tirage de ces paramètres.

IV Solutions

Nous indiquerons comment les auteurs qui nous ont précédés ont résolu la question :

1. CREW- HILL - LAVATELLI (5)

Ces auteurs traitent la production par le modèle isobarique. Ils décomposent l'interaction en deux évènements successifs.

- diffusion π^- - nucléon isobare N^* traité à la manière du choc élastique
- désintégration de l'isobare isotropiquement dans son système propre.

Une simplification considérable se produit : le problème se ramène en effet à la succession de deux problèmes à deux corps. Malheureusement, aucune base n'existe qui permette d'atteindre les sections efficaces nécessaires ; en effet, le processus :

$$N^* \dashrightarrow \pi + N$$

est expérimentalement inaccessible. Ces auteurs ont admis que la distribution angulaire des π de la diffusion élastique $\pi + N^*$ était : $3\cos^4\theta + 4\cos^3\theta + 1$ et que dans le système de l'isobare la distribution des π créés était isotropique.

Cette méthode repose sur une hypothèse arbitraire et non généralement admise : que tous les π créés proviennent de la désintégration de l'isobare. Ceci en particulier n'est pas en accord avec les théories statistiques actuelles.

2. N. METROPOLIS - BIVINS - M. STURM (2)

Les chocs inélastiques ont été traités de la façon suivante: Tout d'abord les sections efficaces totales d'interaction ont été supposées constantes dans les bandes d'énergie déterminées. Les nucléons choqués ont été pris au repos dans le noyau, ce qui simplifie considérablement les calculs. Les distributions employées sont celles fournies par l'expérience concernant les interactions avec les nucléons libres. Les résultats de celles-ci sont présentés généralement de façon incomplète, ce qui laisse un certain arbitraire dans leur utilisation. La dynamique de l'interaction a, enfin, été traitée de la manière suivante :

On suppose que toutes les particules (nucléons et pions) ont, après le choc, le même module de moment dans le système du centre de masse. On attribue au pion produit, dans le cas d'une production simple, une direction tirée au hasard dans le plan de la réaction. Puis on fait subir à ce plan une rotation déterminée

par l'angle ε (celui que nous avons défini Ch. II par. 2) tiré lui aussi dans une distribution uniforme de 0° à 360°. Le problème est ainsi totalement déterminé dans le cas d'une production simple.

Dans le cas d'une double production, la direction d'un des pions est prise au hasard, le second prend une direction opposée, et le nucléon et le pion incident ont leur impulsion opposée et à 90° de la direction précédente. Ces quatre impulsions sont dans un plan et ce plan subit une rotation d'angle ε, comme précédemment.

L'inconvénient de cette méthode est son caractère parfaitement arbitraire et, selon toute vraisemblance, les distributions (angles, impulsions) et corrélations (par exemple entre angles et impulsions) ne seraient pas conformes à des déterminations expérimentales, si celles-ci existaient.

V. Etude des conditions de compatibilité

Nous ne ferons aucune hypothèse sur le mécanisme interne de la production (ce qui exclut l'utilisation du modèle isobarique). Nous considérerons les données nécessaires afférentes aux différentes méthodes de tirage des paramètres indéterminés et les difficultés qu'elles comportent.

1. Détermination des tirages

Parmi les cinq paramètres indéterminés que nous avons à fixer, nous pouvons choisir :

- soit cinq angles . Les équations alors se simplifient en deve[illegible]

analytiques pour la plupart, mais : d'une part les conditions de compatibilité portant sur les modules des impulsions s'expriment sous forme trigonométrique inexploitable par un ordinateur, le temps de calcul étant trop long , d'autre part, les distributions dans lesquelles il nous faudrait tirer les angles n'existent pas expérimentalement . Il serait nécessaire de les construire théoriquement ce que nous avons précisèment tenté d'éviter et c'est d'ailleurs actuellement impossible.

- soit les angles et les impulsions . C'est la méthode la plus physique dans la mesure où des résultats expérimentaux déjà existants ou susceptibles d'être obtenus , interviennent . Deux éventualités se présentent.

a) Tirage de $|P_N|$ P_{π_1} θ_1 ε_1

b) Tirage de $|P_N|$ θ_1 θ_2 ε_1

$|P_N|$ est dans tous les cas l'un des paramètres tirés. En effet, les modules et les angles des moments des nucléons sont toujours donnés dans les compte-rendus d'expériences . La méthode a) de tirage a été choisie par raison de simplicité.

2. Méthode exacte réalisant les conditions de compatibilité

Déterminations à partir de l'impulsion $|P_{\pi_1}|$

Une première méthode utilisée par HAGEDORN dans un autre type de problème consiste à tirer les énergies cinétiques des particules dans une distribution uniforme comprise entre O et T_{total} (énergie cinétique totale disponible) et à éliminer les tirages t tels que l'une de ces énergies soit supérieure à la somme des autres.

Cette condition contient bien (IV,1) mais elle est plus restrictive et des cas possibles sont émis. C'est ce qui se produit si l'une des particules est nettement plus inerte que les deux autres. Prenons l'exemple des pions 4.5 GeV E_{total}= 3 300 MeV T_{total} = 2 081 MeV . La méthode conduit à n'accepter que des énergies totales par particules inférieures à 1040 + 140 = 1 180 MeV Or l'énergie des pions peut atteindre 1 450 MeV. Il y a donc lieu de chercher autre chose.

L'approche utilisée consiste à définir le domaine de tirage du module de l'impulsion P_{π_1} . Le plus simple est de procéder graphiquement. Nous avons donc considéré le cas qui nous intéresse particulièrement, celui des π^- de 4.5 GeV . Deux courbes sont tracées, qui forment abaques, donnant la première, le $(P_\pi)_{max}$ tiré de l' équation :

$$E_{total} = \sqrt{(P_\pi^2)_{max} + m^2c^4} + \sqrt{\left[(P_\pi)_{max} - P_N\right]^2 + m^2c^4} + \sqrt{P_N^2c^2 + m^2c^4}$$

et la seconde le $(P_\pi)_{min}$ évidemment tel que :

$$(P_\pi)_{min} = P_{\pi\ max} - P_N$$

Le domaine des valeurs possibles de P_{π_1} est celui compris entre les deux courbes. En principe, nous aurions dû tracer tout un réseau, chaque couple de courbes correspondant à une valeur de l'énergie totale . En fait, il suffit de tracer les courbes $P_{\pi\ max}$ et $P_{\pi\ min}$ pour les deux valeurs extrémales de l'énergie totale: 3.3 GeV et 2.8 GeV. Les points des courbes intermédiaires se déduisent par interpolation linéaire des points des deux courbes extrémales.

La détermihation des modules d'impulsion se fait de la façon suivante:

a) Tirage de $|P_N|$ dans la distribution expérimentale entre O et $|P_N|_{max}$

b) Tirage de $|P_{\pi 1}|$ avec une densité voulue (provisoirement non choisie) dans le domaine $\left[|P_{\pi 1}|_{min} , |P_{\pi 1}|_{max}\right]$. Ce domaine est déter miné par le segment de parallèle à l'axe des ordonnées mené par P_N et intérieur à la courbe fermée de l'abaque.

c) $P_{\pi 2}$ se déterminera à partir de l'équation de conservation de l'énergie (IV-1)

Cela étant, il est évident qu'il existe une position et une seule des trois vecteurs impulsion telle que leur somme soit nulle. La position des impulsions dans le c.m.s. est alors déterminée :

- par ${}_c\Theta_N$, angle de diffusion du nucléon dans le c.m.s. dont on a les distributions expérimentales .
- par l'angle ${}_c\varepsilon$ dont tourne le plan du choc (angle que nous avons tiré dans une distribution uniforme de 0° à 360° comme dans le cas du choc élastique).

On a les formules classiques :

$$\begin{cases} \cos \Theta'_2 = \dfrac{P'^2_{\pi 2} + P_N^2 - P^2_{\pi 1}}{2 P_{\pi 2} P_N} \\ \cos \Theta'_1 = \dfrac{P^2_{\pi 1} + P^2_N - P^2_{\pi 2}}{2 P_{\pi 1} P_N} \end{cases}$$

Cette méthode analytiquement simple, à partir de l'abaque décrite ci-dessus, nécessite deux données à priori :

- La densité de probabilité de $|P_N|$ fournie comme nous l'avons dit expérimentalement (6-7-8)

- la densité de probabilité de $|P_{\pi 1}|$ ou de $|P_{\pi 2}|$ alors qu'on ne dispose que de la distribution expérimentale en impulsion de tous les pions (6-7-8) . Une solution consiste alors à distinguer le pion de plus petite impulsion et le pion de plus grande impulsion (que nous nommons π_1) . C'est P_{π_1} qui est tiré dans la distribution expérimentale; celle-ci est alors limitée entre la borne qupérieure et la valeur $|P|_{med}$ telle que les deux pions aient le même module d'impulsion. Cette valeur P_{med} qui dépend évidemment de P_N se lit sur l'abaque.

Il est évident que cette distinction n'apporte aucune aide dans le cas d'un nombre de π produit supérieur à un.

Détermination à partir des angles de diffusion.

Pour essayer d'éviter la difficulté signalée ci-dessus, nous avons étudié la possibilité qu'offrait le tirage de paramètres angulaires.

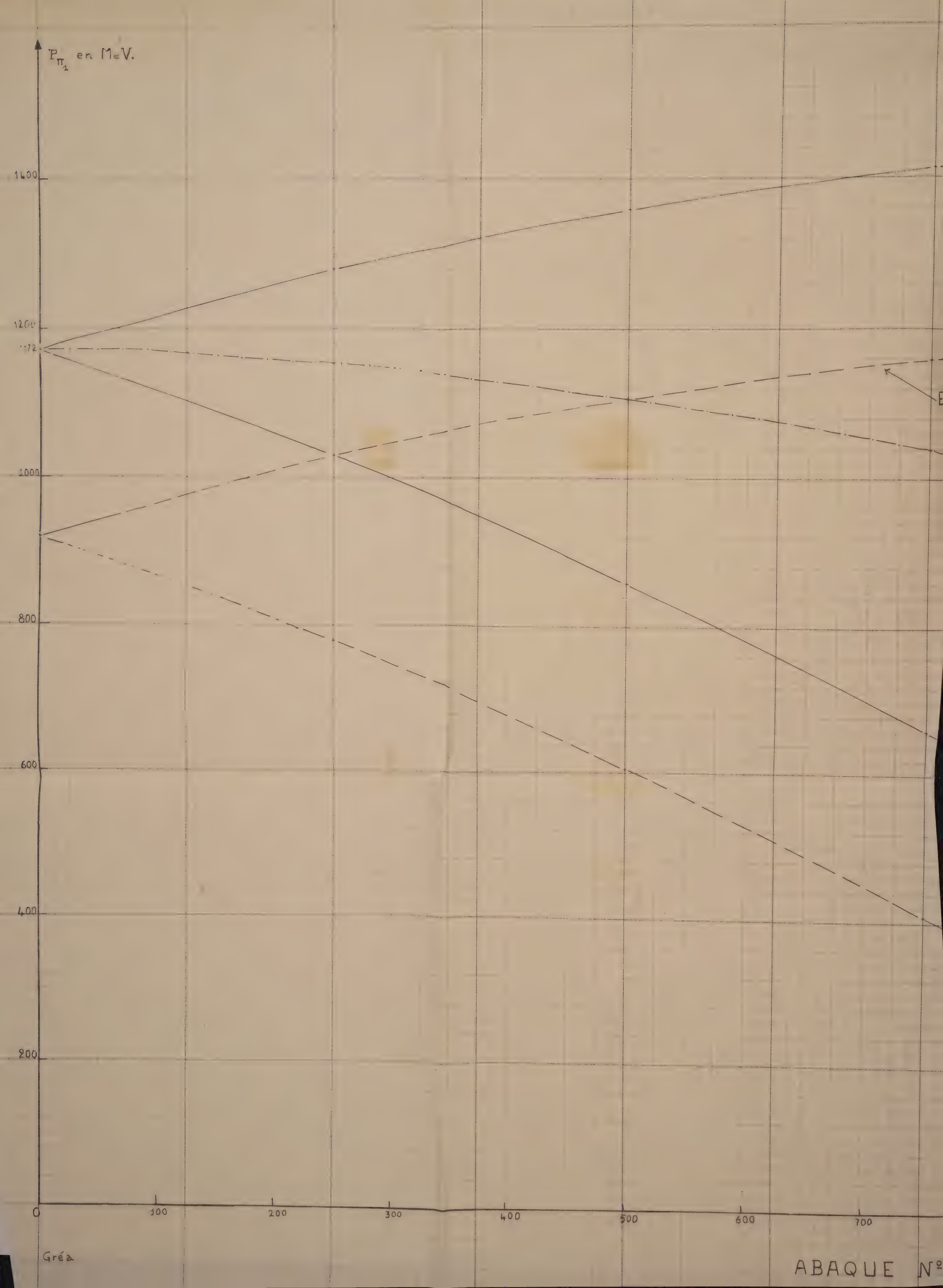
Considérons d'abord le cas où, comme précédemment 2π seulement sont émis .Disposant, de la même manière que dans le par. 2 de P_N, nous considérons l'angle Θ' que fait l'impulsion la plus grande attachée aux pions avec P_N.

A partir de cet angle, il est théoriquement possible de déterminer les autres paramètres : $|P_{\pi 1}|$ $|P_{\pi 2}|$ Θ'_2 par le système :

$$\begin{cases} P_{\pi 1}^{\ 2} = P_N^2 + P_{\pi 2}^{\ 2} - 2P_N P_{\pi_2} \cos \Theta'_2 \\ P_{\pi 2}^2 = P_N^{\ 2} + P_{\pi 1}^{\ 2} - 2P_N P_{\pi 1} \cos \Theta' \\ E = \sqrt{P_N^2 c^2 + m_N^2 c^4} + \sqrt{P_{\pi_1}^2 c^2 + m_\pi^2 c^4} + \sqrt{P_{\pi 2}^2 c^2 + m_\pi^{\ 2} c^4} \end{cases}$$

Le temps de machine nécessité par la résolution de ces équations de compatibilité est prohibitif. Aussi est-il plus simple de se servir d'une nouvelle abaque . Celle-ci, pour chaque P_N et Θ' fournit $P_{\pi 1}$. De P_{π_1} et P_N se déduit $P_{\pi 2}$ par l'équation (IV-1). Mais elle nécessite la connaissance des corrélations angulaires expérimentales (P_N, $P_{\pi max}$) qui sont indispensables au tirage de Θ'. Dans la plupart des cas les auteurs des travaux expérimentaux ne donnent pas cette corrélation. Cependant, il est parfois possible de l'obtenir à partir des données immédiates de l'expérience.

Cette méthode est généralisable dans le cas de l'émission de plus de deux particules différenciables. Si les particules sont de même nature, des difficultés de différenciation peuvent se présenter .



Gréa

ABAQUE N°

Energie totale dans le C.M.S. : 3300 MeV.

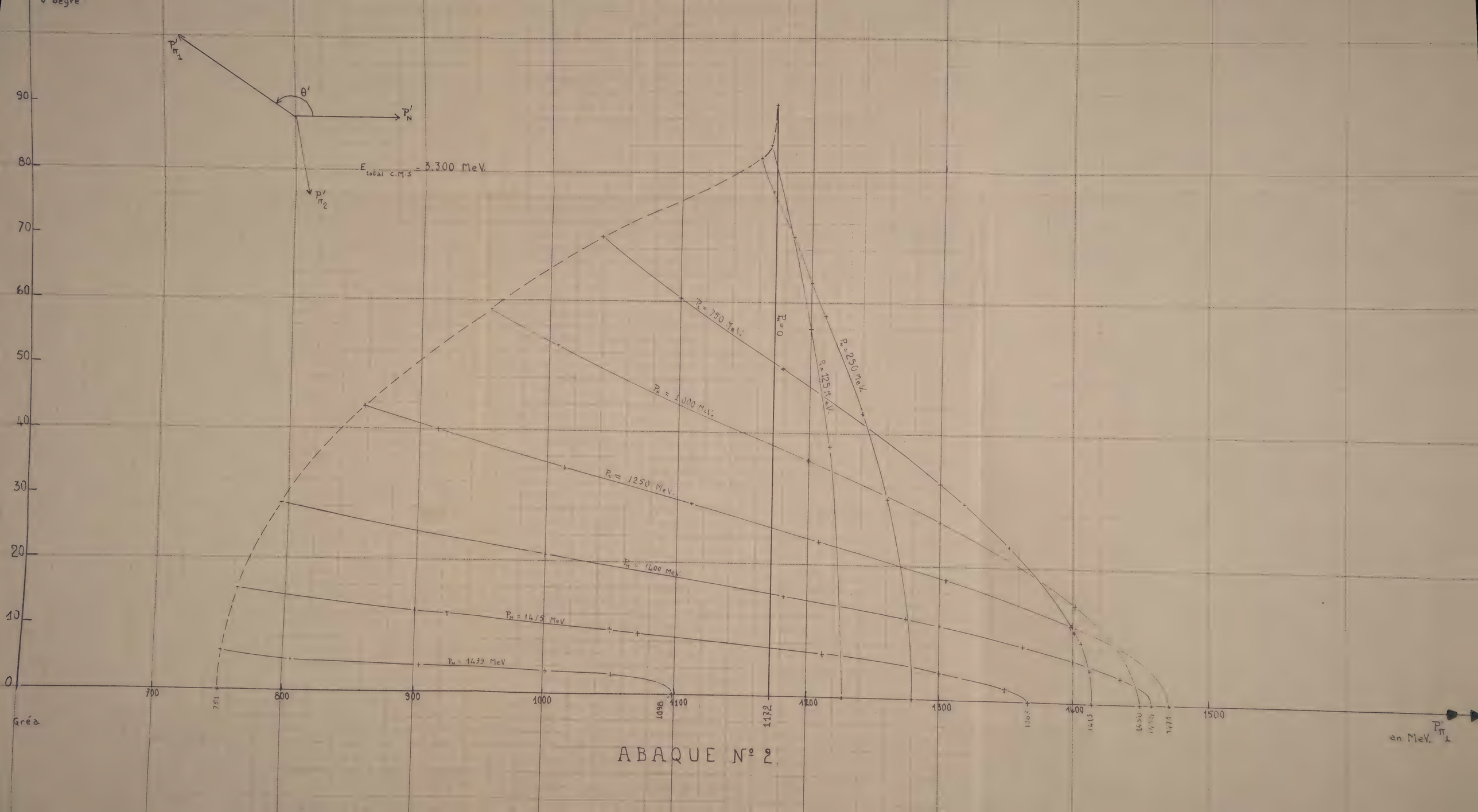
gie totale dans le C.M.S. : 2800 MeV.

$(P_\pi)_{med.}$ pour $E_{total} = 3300$ MeV.

$(P_N)_{max} = 1502,5$ MeV
pour $P_{\pi_1} = P_{\pi_2} = 751,$

$(P_N)_{max}$

800 900 1000 1100 1160 1200 1300 1400 1437 1500 P_N en MeV.


θ degré
P'_{π_1}
θ'
P'_N
P'_{π_2}
$E_{total\ c.M.S} = 3.300$ MeV.
$P_N = 750$ MeV.
$P = 0$
$P_N = 250$ MeV.
$P_N = 125$ MeV.
$P_N = 1000$ MeV.
$P_N = 1250$ MeV.
$P_N = 1400$ MeV.
$P_N = 1475$ MeV
$P_N = 1477$ MeV
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
700
751
800
900
1000
1098
1100
1122
1200
1300
1307
1400
1413
1430
1475
1477
1500
Gréa
P'_{π_1}
en MeV.

ABAQUE N° 2

CONCLUSION

De notre travail il résulte que la méthode de Monte-Carlo s'applique sans difficulté aux collisions de type élastique et à une cascade de telles collisions . Ainsi, les résultats relatifs au coefficient d'interdiction calculé pour des pions d'une énergie égale à 4.5 GeV, sont en excellent accord avec ceux obtenus par M. BASTARD par une voie différente .

L'intervention de collisions inélastiques soulève certaines difficultés. Il y a lieu d'utiliser un traitement respectant à la fois l'esprit de la méthode de simulation et les conditions de compatibilité entre tirages imposés par la dynamique. Nous avons montré qu'une tentative antérieure, due à d'autres auteurs, était l'objet de sérieuses objections, et nous avons proposé une approche qui nous paraît, si non parfaite, du moins plus satisfaisante.
Des courbes et abaques permettent son utilisation dans le cas des collisions dues aux pions de 4.5 GeV. Leur généralisation à d'autres particules et d'autres énergies ne présente pas de difficulté.

REFERENCES

(1)Nuclear Reactions at High Energies - R.SERBER
P.R. 72 p. 1114

(2) Monte-Carlo Calculations on Intranuclear Cascades
N. METROPOLIS and all P.R. 110 p. 204

(3) Etude d'interactions de haute énergie produites dans l'émulsion photographique - Nuovo Cimento Sup.3 1956 p. 182 by COMBES

(4) π^- - proton interaction at 5 BeV . MAENCHEN and all
P.R. 108 p. 850

(5) Interaction of 1.5 BeV Negative π Mesons with Emulsion Nuclei
CREW-HILL P.R. 110 p. 177

(6) Experimental Results on Pion Production compared with Predictions of the Isobar Model . ALLES-BORELLI and all 6- Nuovo Cimento XIV - 1959 - p. 211

(6bis) Results on the π^- Protons Scattering at 1 BeV and a comparisonwith the Lindenbaum- Sterheimer Model.
DERADO-SCHMITZ P.R. 118 p.309

(7) π^- - p Interactions at 1.4 BeV . EISBERG and all
P.R. 97 p. 797

(8) Pion Cloud Effects in Pion Production Experiments .
BONSIGNORI and F. SELLERI Nuovo Cimento XV N°3 1960 p.465

(9) π^- - Nucleon collisions at 1.5 BeV . WALKER-J. CRUSSARD
P.R. 98 p. 1416

(10) Les interactions π^- - Noyau à haute énergie . BASTARD-BOUQUIN COURTOT-GREA-LAFOUCRIERE-PHILBERT .
Compte-rendu la Sté de Physique LYON nov 1960

(11) Symposium on Monte-Carlo Methods ed. by HERBERT A.MEYER (John Wiley)

(12) Generation et tests de nombres au hasard pour la Méthode de Monte-Carlo - GREA-LAVERRIERE (à paraître)

(13) Monte-Carlo Calculation of single Pion Production by Pions
CREW-HILL-LAVATELLI P.R. 106 p. 1051

(14) The Nuclear Desintegration produced by high energy protons
MORRISSON Phil. Magas. n° 44 p. 1326

(15) o (p,a) and (p,ab) reactions at 100 MeV MEADOWS Phys.Rev

o Interaction des neutrons à haute énergie et des noyaux lo[illegible]
GOLDBERGER P.R. 74 p. 1269

o Les interactions à haute énergie Nucléons-Nucléons .
BERNARDINI-BOOTH-LINDENDAUM P.R. 88 p. 1017

(16) Introduction to mathematical probability J.U. USPENSKY
Mc Graw Hill p.30

(17) Production Multiple des particules dans les collisions à haute énergie R. LAVERRIERE Thèse Lyon 61

(18) Recherche sur l'émission des pions dans les collisions π^- - nucléon Mle M. COURTOT Thèse Lyon 60

TABLE DES MATIERES

Page

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I. Hypothéses à la base de calculs sur les cascades intranucléaires 3

CHAPITRE II Méthode de Monte-Carlo 7

CHAPITRE III Etude d'un processus classique pion-nucléon

I. Les distributions 20

II. La dynamique de l'interaction 22

III. Réalisation pratique des calculs relatifs aux chocs élastiques 31

IV. Résultats 35

V. Etude de l'erreur affedtant k 36

VI. Conclusion 41

CHAPITRE IV Collision inélastique 43

CONCLUSION 53

Vu :

Les Membres du Jury,

MM. SARAZIN

LAFOUCRIERE

PHILBERT

Vu et approuvé :

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

POUR LE DOYEN

L'Assesseur,

M. J. BRACONNIER

Vu et accordé le permis d'imprimer :

Lyon, le 16 OCT. 1961

Le Recteur,

M. P. LOUIS